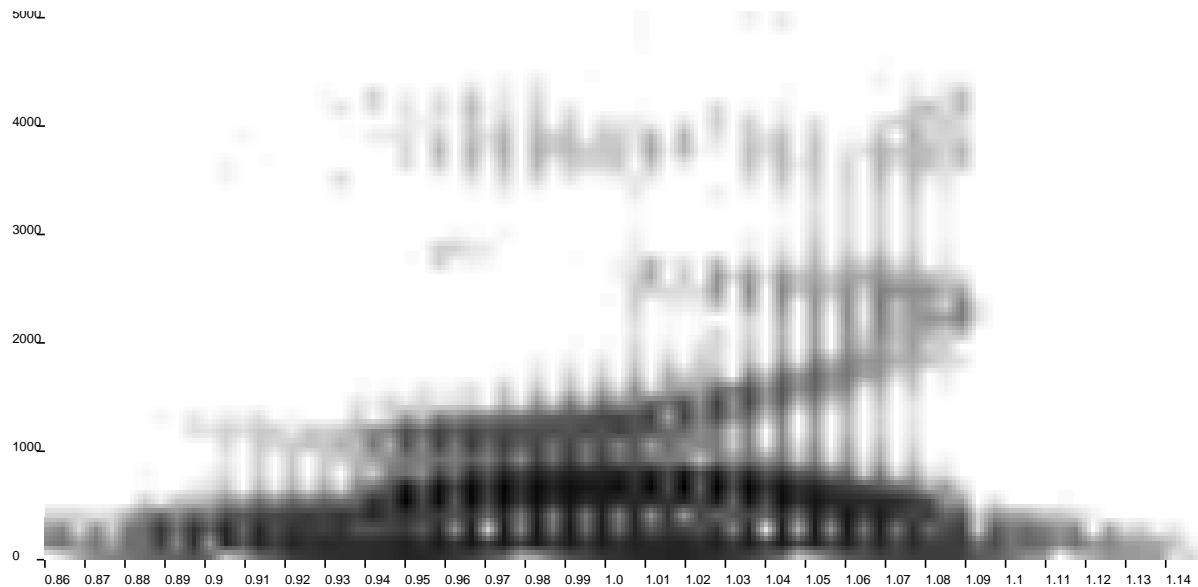


# Traitement des Signaux Audio-Fréquences

Jean Laroche  
Département Signal, Groupe Acoustique  
TELECOM Paris

Février 1995



# Table des Matières

<b>1 La conversion analogique/numérique, numérique/analogique.</b>	<b>5</b>
1.1 Paramètres de numérisation. . . . .	5
1.1.1 Choix de la fréquence d'échantillonnage . . . . .	5
1.1.2 Choix du nombre de niveaux de quantification . . . . .	5
1.2 Problèmes liés à l'échantillonnage. . . . .	6
1.3 Le bruit de quantification, dithering. . . . .	6
1.3.1 Le problème des signaux de bas niveau . . . . .	6
1.3.2 Etude statistique du bruit de quantification. . . . .	7
1.3.3 La technique du dithering: dither soustractif . . . . .	8
1.3.4 La technique du dithering: dither non-soustractif . . . . .	9
1.4 Amélioration du RSB par suréchantillonnage . . . . .	9
1.5 Amélioration du RSB par la conversion sigma-delta. . . . .	11
1.5.1 Principe. . . . .	11
1.5.2 Convertisseurs "One-bit sigma-delta" . . . . .	12
1.5.3 Limitations: . . . . .	14
1.6 Conversion de fréquence d'échantillonnage. . . . .	15
1.6.1 Sous-échantillonnage . . . . .	15
1.6.2 Sur-échantillonnage . . . . .	15
1.6.3 Changement de fréquence en rapport rationnel . . . . .	15
1.6.4 Changement de fréquence en rapport non-rationnel . . . . .	16
1.7 Transmission numérique: les standards AES/EBU et SPDIF . . . . .	17
1.7.1 Le standard professionnel AES/EBU . . . . .	17
1.7.2 Le standard grand public SPDIF . . . . .	17
1.7.3 Le codage analogique . . . . .	18
1.8 Bibliographie du chapitre 1 . . . . .	20
<b>2 Le filtrage en haute-fidélité.</b>	<b>21</b>
2.1 Rappel de quelques propriétés importantes. . . . .	21
2.1.1 Stabilité et causalité. . . . .	21
2.1.2 Linéarité de phase . . . . .	21
2.1.3 Retard de groupe, retard de phase. . . . .	23
2.1.4 Filtres passe-tout. . . . .	23
2.1.5 Filtres à phase minimale. . . . .	24
2.2 La cellule du second ordre. . . . .	25
2.2.1 Définition et implémentation . . . . .	25
2.2.2 Stabilité, résonance et surtension . . . . .	26
2.2.3 Réponse impulsionnelle: synthèse de sinusoïdes . . . . .	27

2.3	Filtres en treillis . . . . .	29
2.3.1	Filtre RIF en treillis . . . . .	29
2.3.2	Filtre tout-pôles en treillis . . . . .	31
2.3.3	Avantages des filtres en treillis, stabilité . . . . .	32
2.4	Les problèmes de normalisation de gain . . . . .	32
2.4.1	Définition d'un filtre normalisé . . . . .	32
2.4.2	Normalisation des filtres RIF et RII . . . . .	33
2.4.3	Normalisation des filtres tout-pôles en treillis . . . . .	34
2.5	Les problèmes liés à l'interpolation de filtres . . . . .	35
2.5.1	Interpolation des filtres en structure directe . . . . .	35
2.5.2	Interpolation des filtres en treillis . . . . .	37
2.5.3	Filtrage variant dans le temps . . . . .	38
2.6	Problèmes pratiques d'implémentation . . . . .	39
2.6.1	Quantification des coefficients et position des pôles . . . . .	40
2.6.2	Bruit de calcul et dépassement dans les filtres . . . . .	42
2.7	Bibliographie du chapitre 2 . . . . .	47
<b>3</b>	<b>La détection de la fréquence fondamentale</b>	<b>49</b>
3.1	Problème posé . . . . .	49
3.2	Rappel: les notions d'harmoniques et de formants . . . . .	49
3.3	Méthodes à court terme . . . . .	50
3.3.1	Techniques de corrélation . . . . .	50
3.3.2	Techniques fréquentielles . . . . .	52
3.3.3	Maximum de vraisemblance . . . . .	57
3.4	Méthodes temporelles . . . . .	59
3.4.1	Détection du fondamental . . . . .	60
3.4.2	Analyse structurelle . . . . .	61
3.4.3	Simplification de la structure temporelle . . . . .	62
3.4.4	Approche "multi-channel" . . . . .	62
3.5	Post-traitements . . . . .	63
3.5.1	Filtrage médian . . . . .	63
3.5.2	Lissage linéaire . . . . .	64
3.5.3	Suivi de la fréquence . . . . .	64
3.6	Estimation de l'enveloppe spectrale . . . . .	64
3.6.1	Estimation par prédiction linéaire . . . . .	65
3.6.2	Estimation de l'enveloppe par le cepstre . . . . .	66
3.6.3	Méthode du cepstre discret <sup>1</sup> . . . . .	67
3.7	Bibliographie du chapitre 3 . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Traitements et modification du signal Audio</b>	<b>73</b>
4.1	Compression/Expansion. Limiteur . . . . .	73
4.1.1	Estimation du niveau du signal en entrée . . . . .	74
4.1.2	Actualisation des paramètres de contrôle dynamique . . . . .	74
4.1.3	Amplificateur à gain contrôlé . . . . .	75
4.1.4	Implémentation et utilisation . . . . .	77
4.2	Flanging/Phasing . . . . .	79
4.2.1	Définition et origine . . . . .	79

---

<sup>1</sup>Écrit en collaboration avec O. Cappé.

4.2.2	Le "Flanging" . . . . .	79
4.2.3	Le "Phasing" . . . . .	82
4.3	Modifications de l'échelle temporelle et fréquentielle, harmoniseur . . . . .	83
4.3.1	Définitions . . . . .	83
4.3.2	Méthode temporelle "pitch synchrone" . . . . .	84
4.3.3	La technique de la mémoire circulaire . . . . .	86
4.3.4	Utilisation du vocodeur de phase . . . . .	88
4.3.5	Harmoniseur . . . . .	90
4.4	Le "chorusing" . . . . .	91
4.4.1	Implémentation par changement de fréquence . . . . .	91
4.4.2	Implémentation par filtre passe-tout à retard variable . . . . .	91
4.5	Distorsion . . . . .	93
4.5.1	Idée générale . . . . .	93
4.5.2	Implémentation à l'aide de polynômes de Chebyshev . . . . .	94
4.6	Bibliographie du chapitre 4 . . . . .	96
<b>5</b>	<b>Systèmes d'analyse-modification-synthèse</b>	<b>99</b>
5.1	Introduction . . . . .	99
5.2	Analyse-synthèse par transformée de Fourier à court terme . . . . .	99
5.2.1	Principe de base . . . . .	99
5.2.2	Analyse théorique . . . . .	100
5.2.3	Utilisation de la TFCT pour la modification de signal . . . . .	103
5.2.4	Reconstruction à partir de la phase seule ou de l'amplitude seule . . . . .	106
5.3	Représentation par somme de sinusoïdes: McAulay-Quatieri . . . . .	106
5.3.1	Modèle . . . . .	107
5.3.2	Analyse . . . . .	107
5.3.3	Synthèse . . . . .	108
5.3.4	Utilisation . . . . .	110
5.4	Représentation par somme de sinusoïdes plus bruit: Serra-Smith . . . . .	111
5.4.1	Modèle . . . . .	111
5.4.2	Analyse . . . . .	111
5.4.3	Synthèse . . . . .	112
5.4.4	Modifications . . . . .	113
5.5	Autres systèmes de représentation sinusoïdale . . . . .	114
5.6	Différents types de synthèse sonore . . . . .	114
5.6.1	Principe . . . . .	114
5.6.2	Synthèse additive . . . . .	114
5.6.3	Synthèse par formules de sommation. Modulation de fréquence . . . . .	115
5.6.4	Synthèse par résonateur: Karplus-Strong. . . . .	115
5.6.5	Synthèse par modèle source-filtre . . . . .	117
5.6.6	Synthèse par échantillonnage (Sampling) . . . . .	118
5.7	Bibliographie du chapitre 5 . . . . .	120
<b>6</b>	<b>Restauration d'enregistrements anciens</b>	<b>123</b>
6.1	Bruit de fond . . . . .	123
6.1.1	Principe du traitement . . . . .	123
6.1.2	Mise en œuvre . . . . .	124

---

<sup>2</sup>Chapitre écrit par O. Cappé

6.1.3	Exemple de résultat . . . . .	126
6.2	Bruit impulsionnel . . . . .	128
6.2.1	Détection des bruits impulsionnels . . . . .	128
6.2.2	Correction des bruits impulsionnels . . . . .	132
6.3	Bibliographie du chapitre 6 . . . . .	134
<b>7</b>	<b><sup>3</sup>Réverbération artificielle et spatialisation des sons</b>	<b>135</b>
7.1	Introduction. Le canal acoustique . . . . .	135
7.1.1	Cas des lieux clos. Réverbération . . . . .	135
7.1.2	Auralisation . . . . .	136
7.1.3	Modèles physiques et perceptifs en acoustique des salles . . . . .	136
7.2	Mesure d'une réponse impulsionnelle par excitation pseudo-aléatoire . . . . .	138
7.2.1	Les séquences MLS . . . . .	138
7.2.2	Les codes de Golay . . . . .	139
7.3	Techniques de codage et de reproduction spatiale des sons . . . . .	140
7.3.1	La stéréophonie conventionnelle . . . . .	140
7.3.2	Les systèmes multi-canaux . . . . .	140
7.3.3	Systèmes électroacoustiques dans les grandes salles . . . . .	141
7.3.4	Les techniques binaurales . . . . .	142
7.4	Synthèse binaurale et auralisation en temps réel . . . . .	143
7.4.1	Les filtres binauraux et transauraux . . . . .	143
7.4.2	Modélisation des fonctions de transfert . . . . .	145
7.5	Algorithmes de réverbération artificielle . . . . .	146
7.5.1	Filtres en peigne et filtres passe-tout . . . . .	147
7.5.2	Le réverbérateur de Schroeder . . . . .	148
7.5.3	Simulation d'un temps de réverbération dépendant de la fréquence . . . . .	150
7.5.4	Systèmes unitaires . . . . .	150
7.5.5	Filtres réverbérants à bouclage unitaire . . . . .	151
7.5.6	Contrôle des réflexions précoce . . . . .	153
7.6	Bibliographie du chapitre 7 . . . . .	156
<b>8</b>	<b><sup>4</sup>Antennes acoustiques</b>	<b>159</b>
8.1	Introduction . . . . .	159
8.2	Diagramme de directivité . . . . .	160
8.2.1	Antenne linéaire en champ lointain . . . . .	161
8.3	Bibliographie du chapitre 8 . . . . .	163

---

<sup>3</sup>Chapitre écrit par J.M. Jot

<sup>4</sup>Chapitre écrit en collaboration avec Y. Grenier

# Chapitre 1

## La conversion analogique/numérique, numérique/analogique.

### 1.1 Paramètres de numérisation.

Le signal analogique est échantillonné dans le domaine temporel, puis quantifié en amplitude. Deux paramètres à choisir: la fréquence d'échantillonnage, et le nombre de niveaux de quantification.

#### 1.1.1 Choix de la fréquence d'échantillonnage

- En audio, conditionné par le domaine des fréquences audibles: de 20Hz à 20kHz.
- Egalement conditionné, historiquement, par les techniques d'enregistrement numérique sur magnétoscope (dans les années 70). Aux états-unis, compte tenu de la fréquence de balayage des images vidéo, et du nombre de lignes par image, la fréquence d'échantillonnage audio fut choisie égale à 44.0559kHz. Ce standard a disparu au profit de 44.1kHz (standard Européen), qui est le standard du compact disque.

Autres standards: 48kHz pour le DAT (Digital Audio Tape) et 32kHz pour la radio.

#### 1.1.2 Choix du nombre de niveaux de quantification

- En quantification uniforme (ou linéaire), les niveaux de quantification sont équidistants.
- Pour un signal d'amplitude A comprise entre 0 et 1 (niveau max du convertisseur), le rapport signal/bruit lié à la quantification est généralement donné par la formule (valable pour un signal sinusoïdal en entrée):

$$RSB_{dB} = 1.76 + 6.02N + 20 \log_{10}(A); \quad (1.1)$$

où  $N$  représente le nombre de bits utilisés pour coder les échantillons.

Pour un signal d'amplitude maximale ayant écrêtage,  $A = 1$  et  $RSB_{dB} = 1.76 + 6.02N$ . Cependant, dès que le signal n'est plus d'amplitude maximale ( $A \leq 1$ ), la formule ci-dessus montre que le rapport signal/bruit chute d'autant plus que  $A$  est petit: pour un

signal de forte dynamique, le rapport signal/bruit lors des passages de faible niveau peut chuter considérablement. Une solution à ce problème consiste à utiliser des niveaux de quantification non équidistants (quantification plus fine pour les faibles niveaux) ce qui permet d'obtenir un rapport signal/bruit *pratiquement constant* quel que soit le niveau du signal.

- Pour la plupart des applications audio, on choisit  $N = 16$  ce qui fournit un rapport signal/bruit maximal de plus de  $96dB$ . Mais la tendance est à augmenter ce chiffre (18, voire 20 bits). A la fréquence de  $44.1kHz$ , en codant sur 16 bits, on obtient un débit d'environ 88 kOctets par seconde.

## 1.2 Problèmes liés à l'échantillonnage.

- Nécessité d'un filtrage passe-bas *analogique* de forte pente: puisqu'on désire garder intact le signal dans la bande utile (de 0 à  $F_e/2$ ) et éliminer les répliques haute-fréquence du spectre utile (qui commencent à  $F_e/2$ ), le filtre passe-bas utilisé doit présenter une bande de transition très étroite autour de  $F_e/2$ . Un tel filtre analogique induit généralement une non linéarité de phase (chapitre 2.1.2) qu'il est nécessaire de corriger par la suite.
- La conversion sur 16 bits est délicate à réaliser en électronique, à cause de la très grande dynamique à couvrir.
- Problème de résolution pour les signaux de faible amplitude (amplitude voisine du bit de poids le plus faible).
- Le signal analogique est habituellement obtenu en générant une série d'impulsions de très courte durée et d'amplitude donnée par le signal numérique. Cette série est ensuite filtrée dans le domaine analogique pour ne garder que la partie du spectre comprise entre 0 et  $20kHz$ . Mais il est difficile d'obtenir des impulsions de courte durée: l'étalement temporel des impulsions donne naissance au phénomène d'"ouverture". Les hautes fréquences sont légèrement atténuées,  $4dB$  au maximum.

## 1.3 Le bruit de quantification, dithering.

### 1.3.1 Le problème des signaux de bas niveau

Lorsque le signal d'entrée est de fort niveau par rapport aux pas de quantification, nous verrons que l'erreur due à la quantification est faible, et peut être considérée comme blanche et décorrélée du signal d'entrée.

En revanche, lorsque le niveau du signal est de l'ordre de quelques pas de quantification, le bruit de quantification n'est plus décorrélé du signal. L'exemple de la figure figure (1.1) montre l'aspect temporel et fréquentiel d'une sinusoïde d'amplitude maximale  $2q$  après quantification. On constate que son spectre contient un grand nombre d'harmoniques de la fréquence originale, ainsi que leur repliement. Cela se traduit auditivement par des phénomènes très désagréables, surtout lorsque la fréquence varie au cours du temps. Nous allons étudier les caractéristiques du bruit de quantification et montrer comment il est possible de le rendre moins "désagréable".

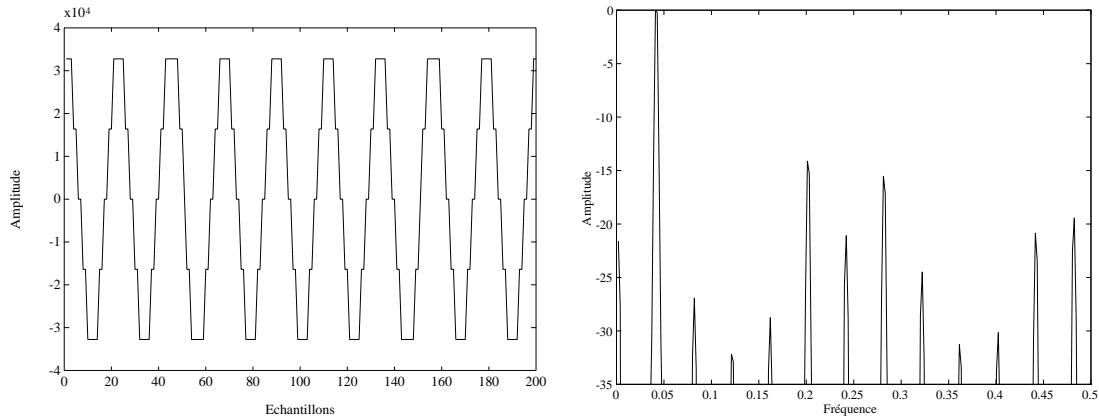


Figure 1.1: Aspect temporel et fréquentiel d'une sinusoïde d'amplitude maximale double du pas de quantification, après quantification.

### 1.3.2 Etude statistique du bruit de quantification.

On se place dans la situation où le signal  $x(t)$  est soumis à une quantification uniforme de pas  $q$ . Le signal  $x(t)$  est supposé être une variable aléatoire de densité de probabilité  $p_x(x)$ . Nous allons calculer la densité de probabilité de l'erreur de quantification, et déterminer à quelle condition l'erreur de quantification est uniforme.

On note  $\varepsilon = x - q(x)$  l'erreur de quantification (où  $q(x)$  représente la quantification uniforme). La courbe donnant  $\varepsilon$  en fonction de  $x$  est représentée sur la figure (1.2). La densité de

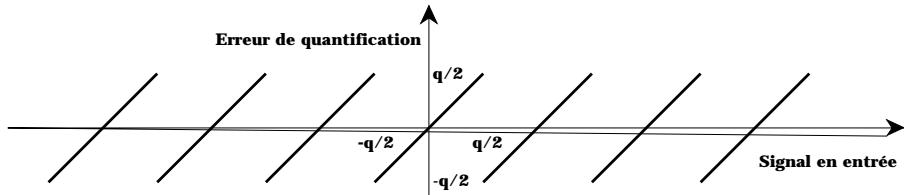


Figure 1.2: Valeur de l'erreur de quantification en fonction de l'entrée  $x$

probabilité de  $\varepsilon$  est donnée par un simple changement de variable [Papoulis 91]:

$$p_\varepsilon(\varepsilon) = \Pi_{q/2} \times \sum_{i=-\infty}^{+\infty} p_x(\varepsilon + iq) \quad (1.2)$$

où  $\Pi_{q/2}$  représente la fonction porte centrée en zéro et de largeur  $q$ .

On remarque que cette expression rappelle la définition de l'intégrale de Riemann: Lorsque  $q \rightarrow 0$ , la densité de probabilité de  $\varepsilon$  tend vers

$$p_\varepsilon(\varepsilon) \rightarrow \Pi_{q/2} \times \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x) dx = \Pi_{q/2} \times \frac{1}{q}$$

Ainsi lorsque le pas de quantification tend vers zéro, l'erreur de quantification devient uniforme entre  $-q/2$  et  $+q/2$ . Nous allons voir à quelle condition  $\varepsilon$  peut être uniformément distribuée

sans hypothèses sur  $N$ . On vérifie que l'équation (1.2) peut être réécrite sous la forme:

$$p_\varepsilon(\varepsilon) = \Pi_{q/2} \times (p_x \star \sigma)(\varepsilon) \quad \text{avec} \quad \sigma(u) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(u + iq) \quad (1.3)$$

Et en notant  $P_\varepsilon$  la fonction caractéristique de la variable aléatoire  $\varepsilon$  (transformée de Fourier de sa densité de probabilité [Papoulis 91]), on a

$$P_\varepsilon(f) = \text{sinc}_{q/2}(f) \star (P_x \times \Sigma)(f) = \text{sinc}_{q/2}(f) \star \frac{1}{q} \left( \sum_{i=-\infty}^{+\infty} P_x(f) \delta(f + \frac{i}{q}) \right) \quad (1.4)$$

où  $\text{sinc}_t$  est la fonction sinus cardinal, transformée de Fourier de la porte  $\Pi_{q/2}$ . Pour que  $\varepsilon$  soit uniformément distribué entre  $-q/2$  et  $q/2$ , il faut et il suffit que  $P_\varepsilon(f) = \frac{1}{q} \text{sinc}_{q/2}(f)$ , soit encore  $(P_x \times \Sigma)(f) = \delta(f)$ , c'est à dire

$$P_x(f) = 0 \quad \text{pour} \quad f = \pm \frac{1}{q}, \pm \frac{2}{q}, \dots \quad (1.5)$$

Ainsi, une condition nécessaire et suffisante pour que  $\varepsilon$  soit uniformément distribuée est que  $P_x(\pm i/q) = 0$  pour tout  $i$  non nul.

On montre de la même façon que la fonction caractéristique du couple de variables aléatoires  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  est donnée par:

$$P_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(f_1, f_2) = \text{sinc}_{q/2}(f_1, f_2) \star (P_{x_1, x_2} \times \Sigma)(f_1, f_2) \quad (1.6)$$

d'où on conclut que  $\varepsilon$  est blanc si et seulement si

$$P_{x_1, x_2}(\frac{i}{q}, \frac{j}{q}) = 0 \quad \text{pour tout} \quad (i, j) \neq (0, 0) \quad (1.7)$$

La condition (1.5) est vérifiée par exemple lorsque la densité de probabilité  $p_x$  est uniforme entre  $\pm kq$  avec  $k$  entier (sa fonction caractéristique est un sinus cardinal).

### 1.3.3 La technique du dithering: dither soustractif

Les techniques de dithering sont destinées à éliminer (en un certain sens) les distorsions introduites par la quantification. Bien entendu, il est impossible d'éliminer complètement l'effet de la quantification (par exemple, on ne peut retrouver la valeur de l'entrée à partir de la sortie). Le dithering cherche cependant à rendre l'erreur de quantification blanche, et indépendante du signal d'entrée.

Le paragraphe précédent nous indique que lorsque le signal d'entrée a une densité de probabilité qui vérifie l'équation (1.7), le bruit de quantification est blanc et uniformément distribué. L'idée consiste alors à ajouter au signal un bruit blanc  $e$  de densité de probabilité  $p_e$  indépendant du signal  $x$ . Sous l'hypothèse d'indépendance, la densité de probabilité du signal d'entrée est maintenant  $p_x \star p_e$  (voir [Papoulis 91]) et la fonction caractéristique de l'équation (1.7) devient  $P_{x_1, x_2} \times P_{e_1, e_2}$ . Il suffit de choisir  $P_e$  vérifiant la condition (1.5) pour obtenir la blancheur de l'erreur de quantification. On prend par exemple pour  $p_e$  une densité uniforme dans  $\pm q/2$ . On montre de plus que sous cette condition, l'erreur de quantification est *indépendante* du signal d'entrée  $x$ .

Ainsi l'addition d'un bruit blanc non corrélé avec le signal, uniformément distribué dans  $\pm q/2$  permet de rendre l'erreur de quantification blanche, uniformément distribuée dans  $\pm q/2$  et indépendante du signal d'entrée. C'est le principe de la technique du dithering. On remarque cependant que l'erreur de quantification considérée ici est  $\varepsilon = x + e - q(x + e) = x - (q(x + e) - e)$ : c'est la différence entre le signal original  $x$ , et un signal en sortie  $y = q(x + e) - e$  obtenu en quantifiant  $x + e$  puis en soustrayant le bruit  $e$ . D'où le nom de dither soustractif. En pratique, il n'est pas possible de soustraire le bruit  $e$  (on veut rester dans le domaine des signaux quantifiés, et la valeur quantifiée du bruit de dither est nulle!) et ce qui nous intéresse réellement est la quantité  $x - q(x + e)$ .

### 1.3.4 La technique du dithering: dither non-soustractif

Lorsqu'on ne soustrait plus le bruit de dithering après quantification, l'erreur de quantification s'écrit  $\varepsilon = x - q(x + e)$ . Les propriétés précédentes ne sont alors plus vraies. En particulier,  $\varepsilon$  n'est pas indépendant de  $x$  comme précédemment. On peut cependant montrer que si le bruit additif  $e$  possède une densité de probabilité triangulaire dans  $\pm q$ , alors la moyenne et la variance de l'erreur de quantification sont indépendantes de l'entrée  $x$ , ce qui suffit en pratique. On obtient une telle densité de probabilité en additionnant deux bruits blancs indépendants, uniformément distribués dans  $\pm q/2$ . La figure (1.3) donne l'exemple de la quantification avec dither non-soustractif d'un signal sinusoïdal d'amplitude  $\pm 4q$ . Les spectres ont été obtenus en moyennant plusieurs spectres d'amplitudes. Le spectre du signal en sortie montre que la

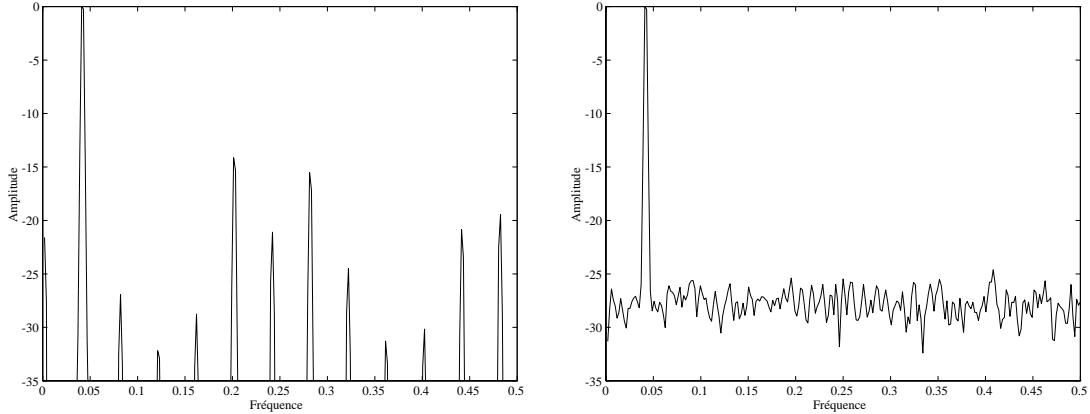


Figure 1.3: Spectre d'une sinusoïde quantifiée sans, puis avec dithering.

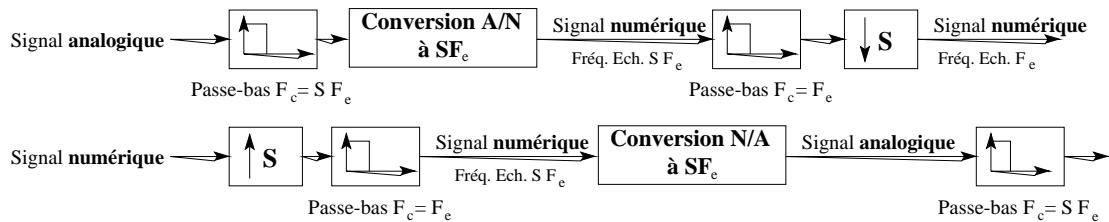
distorsion appliquée au signal n'est plus de nature harmonique, mais ressemble plutôt à un bruit de spectre plat. L'écoute du signal confirme cette impression. Pour plus de détail sur la théorie du dithering, on pourra se reporter à l'excellent papier [Lipshitz 92].

## 1.4 Amélioration du RSB par suréchantillonnage

Le suréchantillonnage consiste à échantillonner le signal à une cadence supérieure à la cadence choisie à l'origine, en général un multiple entier (d'où les termes "64 oversampling" visibles sur certains lecteurs de compacts).

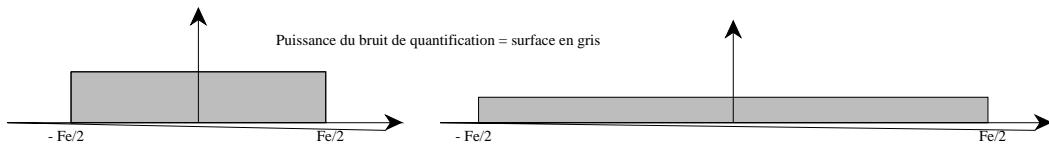
- En conversion A/N, le signal analogique est filtré par un filtre analogique de fréquence de coupure  $SFe/2$ , échantillonné à  $SFe$  puis filtré et sous échantillonné dans le domaine numérique (pour se retrouver à  $Fe$ ).
- En conversion N/A, le signal numérique est suréchantillonné (voir paragraphe 1.6 en numérique, puis converti en analogique à la fréquence  $SFe$ , et enfin filtré par un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $SFe/2$ .

La figure suivante schématise le fonctionnement de la conversion avec suréchantillonnage.



Le suréchantillonnage présente plusieurs avantages.

**Effet sur le bruit de quantification:** le bruit de quantification, blanc en première approximation (voir paragraphe 1.3, se répartit sur une bande de fréquences plus large, tout en gardant la même puissance qui est uniquement liée aux nombre de niveaux de quantification: le niveau de bruit dans la bande utile est donc diminué après le filtrage passe-bas. Un simple suréchantillonnage par un facteur  $S$  diminue le bruit dans la bande utile de  $10 \log_{10}(S)dB$  ou encore  $3.01LdB$  si  $S = 2^L$ . Par exemple, suréchantillonner par 64 se traduit par une augmentation du rapport signal/bruit dans la bande utile de  $18dB$  ( $L = 6$ ).



**Effet sur le filtrage:** Lors de la conversion A/N, on peut se permettre de ne pas filtrer le signal analogique si la fréquence d'échantillonnage est assez importante. Lors de la conversion N/A, le filtrage analogique est de pente beaucoup plus douce car la demi fréquence d'échantillonnage est élevée: facile à réaliser sans introduire de non linéarité de phase (un simple circuit R-C suffit).

Le suréchantillonnage permet de transférer l'opération de filtrage du domaine analogique (où elle est difficile) dans le domaine numérique (où elle est plus facilement réalisable).

**Effet sur le flux de données:** Suréchantillonner le signal multiplie le nombre d'échantillons par seconde par un facteur  $S$ , mais ne diminue pas la taille en bit des échantillons proportionnellement: Si l'on suréchantillonne par 64, on gagne  $18dB$  en rapport signal/bruit, que l'on peut perdre à nouveau en codant chaque échantillon sur 13 bits au lieu de 16 (on perd environ  $6dB$  par bit). Au total, le débit est de  $13 * 64 * Fe$  au lieu de  $16 * Fe$  à

l'origine! S'il s'agissait de stocker le son ainsi codé, on serait perdant. Les techniques de suréchantillonnage sont utiles parce qu'elles permettent d'utiliser des convertisseurs plus simples.

Voir [Darling 90, Hauser 91] pour de plus amples détails.

## 1.5 Amélioration du RSB par la conversion sigma-delta.

### 1.5.1 Principe.

La conversion sigma-delta (ou plus exactement delta-sigma), en conjonction avec le suréchantillonnage permet de transférer le bruit de quantification vers les hautes fréquences où il est ultérieurement filtré. Ce système permet en pratique d'obtenir des rapports signal/bruit comparables ou supérieurs à ceux obtenus par l'échantillonnage classique, à un moindre coût.

**Conversion analogique/numérique** Un convertisseur analogique/numérique sigma-delta du premier ordre fait intervenir un intégrateur analogique, et une paire de convertisseurs A/N et N/A selon le schéma ci-dessous, où  $e$  représente le bruit introduit par la quantification. La

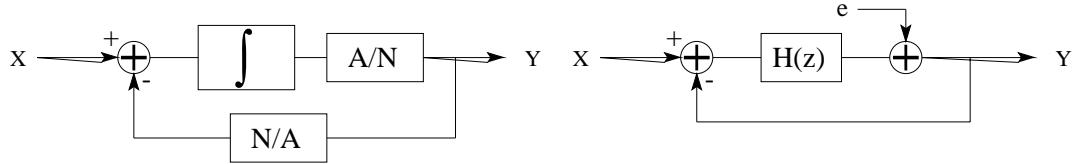


Figure 1.4: Principe de la conversion analogique/numérique sigma-delta, et schéma équivalent.

conversion numérique/analogique est supposée parfaite (sans bruit).

**Conversion numérique/analogique** Un convertisseur numérique/analogique sigma-delta diffère légèrement du schéma précédent: A partir d'un signal  $x$  échantillonné sur  $n$  bits, on

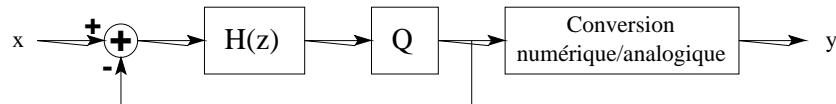


Figure 1.5: Principe de la conversion numérique/analogique sigma-delta. L'opérateur  $Q$  réalise une quantification sur un nombre de bits inférieur à celui utilisé pour coder  $x$ .

effectue une intégration et une opération de quantification sur un nombre de bits plus faible, cela afin de pouvoir utiliser un convertisseur numérique/analogique moins complexe. Le schéma diffère du précédent, mais l'étude théorique reste la même.

En utilisant le schéma équivalent de la figure 1.4, on peut écrire la transformée en  $Z$  du système complet:

$$Y(z) = \frac{E(z)}{1 + H(z)} + \frac{X(z)H(z)}{1 + H(z)} \quad (1.8)$$

$$\text{si } H(z) = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad \text{alors } Y(z) = E(z)(1 - z^{-1}) + X(z).z^{-1} \quad (1.9)$$

$H(z)$  représente l'intégrateur analogique. On constate que le signal d'entrée  $x$  ne subit qu'un délai, mais que le bruit de quantification subit un filtrage *passe-haut*. Comme le signal est suréchantillonné, le bruit de quantification (qui est supposé blanc, voir paragraphe 1.3) se retrouve principalement en dehors de la bande utile, d'où l'intérêt du système. Dans une étape ultérieure, le signal numérique est sous-échantillonné après filtrage passe-bas, étape au cours de laquelle le bruit de quantification est fortement réduit. On peut alors utiliser des convertisseurs de 14, voire 12 bits, et conserver le rapport signal/bruit d'un convertisseur 16 bits.

Pour estimer le gain obtenu par cette technique, il suffit d'estimer la puissance du bruit de quantification après mise en forme spectrale, et filtrage passe bas supposé idéal. Cette puissance (puissance dans la bande utile) est donnée par

$$\sigma^2 = \frac{q^2}{12} \int_{-\frac{1}{2S}}^{\frac{1}{2S}} \left| \frac{1}{1 + H(f)} \right|^2 df$$

où  $S$  est le facteur de suréchantillonnage et  $q$  le pas de quantification. Le gain provient du fait que l'intégrale est inférieure à 1: lorsque  $S = 2^L$ , le gain obtenu est de:

$$SNR_{dB} = 9.03L - 5.17dB$$

On voit que lorsque  $L = 0$  (pas de suréchantillonnage) le gain est négatif, mais que ce dernier croît rapidement avec  $L$ .

### 1.5.2 Convertisseurs "One-bit sigma-delta"

À la limite, la conversion peut n'être faite que sur 1 bit, avec un suréchantillonnage élevé. C'est le principe des convertisseurs modernes. Le signal y en sortie ne prend que deux valeurs:  $\pm 1$ .

**Sigma-delta d'ordre deux** Pour obtenir un rapport signal/bruit suffisant, il est nécessaire d'utiliser un filtre  $H(z)$  d'ordre supérieur à 1. Avec un filtre d'ordre 2, et un suréchantillonnage d'ordre  $2^L$ , on obtient un gain en rapport signal/bruit *théorique* de

$$SNR_{dB} = 15.05L - 5.12dB \quad (1.10)$$

Ce qui donne *en théorie* pour  $L=7$  (suréchantillonnage d'ordre 128),  $SNR = 100dB$ . Le schéma d'un tel convertisseur est donné sur la figure (1.6). La figure (1.6) donne également le résultat de l'échantillonnage one-bit sigma-delta d'un signal sinusoïdal de fréquence  $0.004Fe$ : le signal de sortie  $y$  ne prend que deux valeurs  $\pm 1$ . La figure (1.7) présente le schéma global du convertisseur sigma-delta.

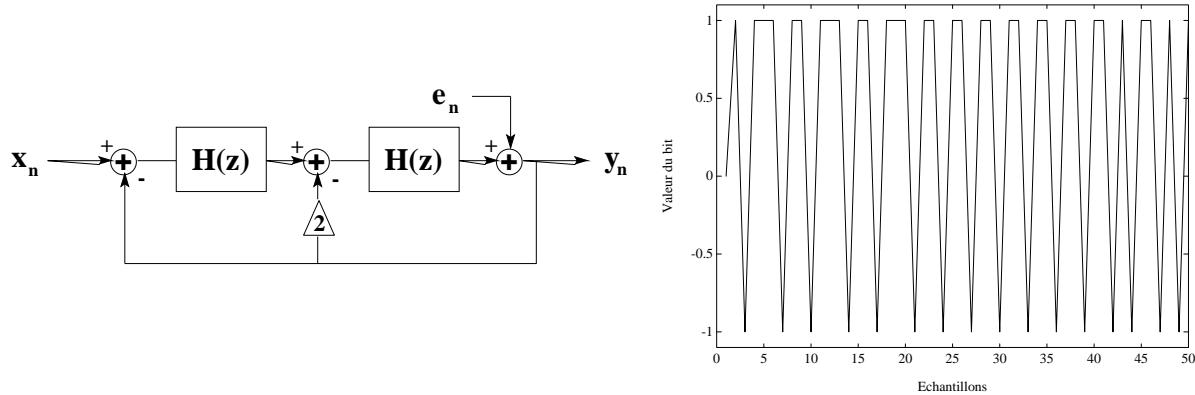


Figure 1.6: Conversion sigma-delta d'ordre 2, signal en sortie pour une entrée sinusoïdale de fréquence 0.004 Fe.

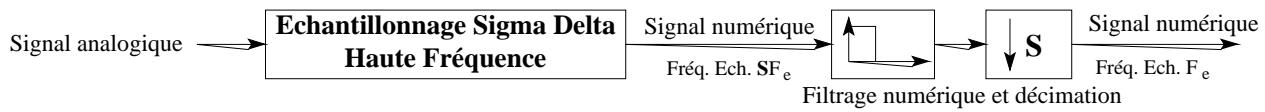


Figure 1.7: Schéma complet de la conversion sigma-delta.

La figure (1.8) montre le spectre du signal de sortie d'un convertisseur d'ordre 1 puis d'ordre 2 (avec en entrée une sinusoïde de fréquence  $0.00323Fe$ ). Il est clair que le convertisseur d'ordre 2 effectue une mise en forme spectrale du bruit d'échantillonnage plus efficace que le convertisseur d'ordre 1.

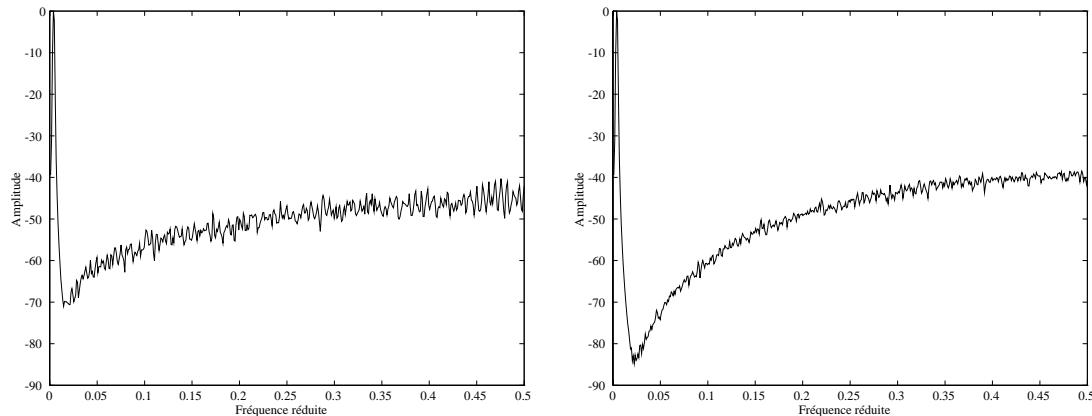


Figure 1.8: Conversion sigma-delta d'ordre 1 et 2: périodogramme du signal en sortie pour une entrée sinusoïdale de fréquence  $0.00323 Fe$ .

**Filtrage passe-bas** L'échantillonnage sigma-delta doit être suivi d'un filtrage passe-bas pour éliminer l'énorme bruit introduit par la conversion à deux niveaux  $\pm 1$ . Ainsi,

$$x_{ech}(n) = \sum_{i=-N}^N y_{n-i} h_i$$

où  $h_i$  est la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas.

Une façon très économique de réaliser le filtrage passe-bas consiste à utiliser des filtres en peigne en série:

$$x_1(n) = \sum_{i=1}^S y_{n-i}$$

$$x_2(n) = \sum_{i=1}^S x_1(n-i)$$

etc... L'avantage majeur vient du fait que seules des additions sont utilisées, ce qui primordial, vu les fréquences d'échantillonnages utilisées. Bien sûr, les filtres en peignes sont de mauvais filtres passe-bas: ils atténuent la bande utile et rejettent peu à l'extérieur. Après décimation à la fréquence d'échantillonnage finale, un filtre RIF de faible ordre peut être utilisé pour corriger la (faible) atténuation de la bande utile introduite par les filtres en peigne, et parfaire l'atténuation hors bande utile. La figure (1.9) présente le résultat du filtrage passe bas

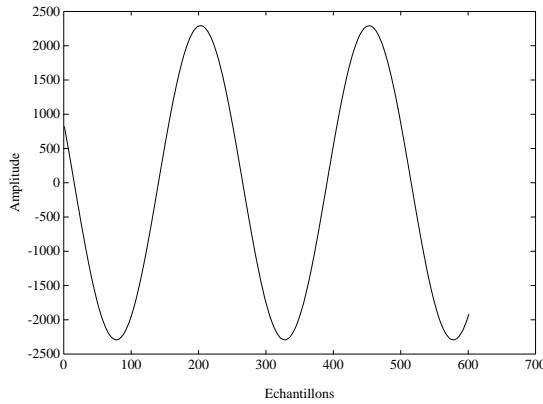


Figure 1.9: Signal en sortie après filtrage passe-bas.

consécutif à l'échantillonnage sigma-delta. Le signal à deux niveaux de la figure (1.6) devient sinusoïdal en sortie du filtrage.

### 1.5.3 Limitations:

Les convertisseurs sigma-delta souffrent des inconvénients suivant:

- En pratique, le gain en rapport signal/bruit est plus faible que celui calculé en théorie car l'hypothèse que le bruit de quantification est blanc, et indépendant du signal en entrée n'est plus valide lorsque le nombre de niveaux de quantification est faible (en particulier pour le 'one-bit sigma-delta').
- L'intégrateur souffre d'une instabilité chronique à la fréquence nulle (la sortie diverge), et cela d'autant plus sévèrement que l'ordre du convertisseur est élevé. L'implémentation pratique doit prendre en compte ce phénomène.

Voir [Darling 90, Hauser 91] pour plus de détails sur la conversion sigma-delta, et [Welland 89, Adams 91] pour une étude des problèmes pratiques d'implémentation.

## 1.6 Conversion de fréquence d'échantillonnage.

Fréquemment utilisé en audio-numérique, le changement de fréquence d'échantillonnage trouve une solution simple lorsque les deux fréquences sont dans un rapport  $P/Q$  où  $P$  et  $Q$  sont entiers.

### 1.6.1 Sous-échantillonnage

Le premier cas est celui où la fréquence d'échantillonnage visée  $F_2$  est un sous multiple de l'originale  $F_1$ . On a  $F_2/F_1 = 1/Q$ , et plus d'échantillons que l'on en veut. Il suffit alors de filtrer le signal, pour ne garder que le contenu de la bande  $[0 \ F_2/2]$  correspondant à la nouvelle fréquence d'échantillonnage, puis de ne garder qu'un échantillon sur  $Q$ . Ce filtrage *doit être à phase linéaire* pour qu'un signal originellement dans la bande  $[0 \ F_2/2]$  ne soit pas altéré par le filtrage. On choisit généralement la solution RIF, malgré son coût. La réponse impulsionnelle peut être obtenue par la méthode de la fenêtre pondérée: la réponse impulsionnelle du filtre idéal est calculée, puis pondérée par une fenêtre douce (de type Hanning) afin de limiter son étendue temporelle, tout en assurant une réjection suffisante.

### 1.6.2 Sur-échantillonnage

Lorsque la fréquence d'échantillonnage visée  $F_2$  est un multiple de l'originale  $F_1$ ,  $F_2/F_1 = P$ , il nous faut interpoler les échantillons manquant. Pour cela, on intercale  $P - 1$  échantillons nuls entre chaque échantillon original. Le signal ainsi obtenu possède pour spectre dans la nouvelle bande utile  $[0 \ F_2/2]$  celui du signal original répliqué  $P$  fois. Pour se débarrasser de ces répliques, il suffit de filtrer le signal obtenu par un passe bas de fréquence de coupure  $F_1/2$ . La technique est alors la même que précédemment.

### 1.6.3 Changement de fréquence en rapport rationnel

Pour passer d'une fréquence  $F_1$  à une fréquence  $F_2 = F_1 \cdot P/Q$ , on sur-échantillonne d'un facteur  $P$  puis on sous-échantillonne d'un facteur  $Q$  comme indiqué ci-dessus. Il est nécessaire de commencer par sur-échantillonner pour ne pas perdre de contenu spectral. De plus, on peut alors se contenter de ne filtrer qu'une fois, par un filtre passe-bas coupant à  $F_2/2$ .

Pour un changement de fréquence en rapport non-rationnel  $\alpha$ , on peut chercher la fraction rationnelle la plus proche, et procéder comme ci-dessus. Pour cela, on a intérêt à utiliser le développement en fractions rationnelles [Delmas 91] où

$$\alpha = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \dots}}$$

car les fractions rationnelles obtenues en tronquant le développement réalisent en général de meilleures approximations que les fractions décimales (c'est par cette méthode qu'on obtient  $\pi \approx 22/7$ ). Si cette approximation n'est pas satisfaisante, on peut recourir à la méthode suivante.

### 1.6.4 Changement de fréquence en rapport non-rationnel

Il est dans certains cas impossible de trouver une approximation rationnelle convenable du rapport de fréquences: ainsi pour passer de  $44.1\text{kHz}$  à  $48\text{kHz}$ , un rapport suffisamment voisin est  $37/34$  (qui donne en sortie une fréquence de  $47991.1\text{Hz}$  soit une erreur de moins de 0.02%). Cependant, réaliser un filtre coupant au 37ième de la bande utiles est délicat en pratique (ou nécessite l'utilisation d'un filtre de réponse impulsionnelle très longue). D'autre part, pour certaines applications, il n'est pas possible de se contenter d'une approximation du rapport  $\alpha$  (par exemple pour des raisons de synchronisation entre deux sources). Dans certains cas, on peut même désirer un changement de fréquence variable au cours du temps! On peut dans ce cas recourir à une autre méthode.

Partant de la constatation que le degré de précision des échantillons est limité (par le nombre de pas de quantifications), on peut réaliser le changement de fréquence par l'implémentation d'une approximation du filtre passe-bas idéal (sinus cardinal). En effet, si  $x_n$  représente le signal original échantillonné à la fréquence  $F_1$  et  $y_n$  le signal après conversion, on remarque que cette conversion résulte de deux étapes (on suppose que l'on passe d'une fréquence basse à une fréquence élevée):

1. Calcul du signal continu correspondant à  $x_n$ .

$$z(t) = x_n \star \text{sinc}_{F_1}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_i \frac{\sin \pi F_1(t - i/F_1)}{\pi F_1(t - i/F_1)}$$

où  $\text{sinc}_{F_1}(u)$  représente la réponse impulsionnelle du filtre (non causal) passe-bas idéal de fréquence de coupure  $F_1/2$ .

2. Echantillonnage de  $z(t)$  à la fréquence  $F_2$ .

$$y_n = z(n/F_2) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_i \frac{\sin \pi F_1(n/F_2 - i/F_1)}{\pi F_1(n/F_2 - i/F_1)} \quad (1.11)$$

où l'on a éliminé le filtrage passe-bas puisque par hypothèse  $F_2 > F_1$ . Ainsi, pour calculer  $y_n$ , on a besoin de la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas aux instants  $t = i/F_2 - j/F_1$ . Si comme dans le cas précédent  $F_1$  et  $F_2$  sont en rapport rationnel,  $F_2 = P/QF_1$ , on a besoin de connaître  $\text{sinc}_{F_1}(t)$  aux instants

$$t = \frac{iQ}{PF_1} - \frac{j}{F_1} = k \frac{1}{F_1 P}$$

La réponse impulsionnelle du filtre passe-bas peut être échantillonnée avec une fréquence  $F_1 P$ . En revanche, si les fréquences ne sont plus en rapport rationnel, la formule (1.11) montre que la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas doit être connue pour toute valeur de  $t$ . Ceci bien sûr n'est pas réalisable en pratique. L'idée consiste à approximer les valeurs continues de la réponse impulsionnelle par interpolation linéaire de valeurs stockées dans une table.

Un fois que la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas a été calculée (par exemple par la

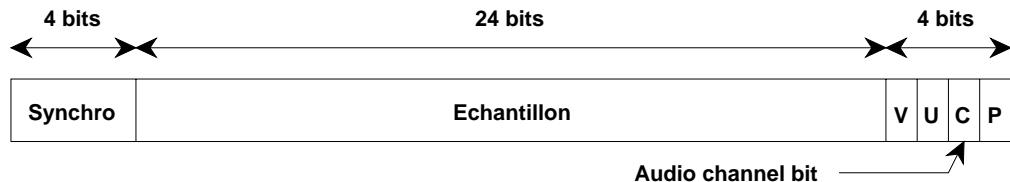
méthode de la fenêtre), on l'échantillonne à une fréquence  $F_f$  et on la stocke dans une table. Les échantillons  $y_n$  sont alors directement obtenus par la formule (1.11) dans laquelle la sommation est limitée par la taille de la table, et les valeurs continues de la réponse impulsionnelle sont interpolées à partir des valeurs fournies par la table. On choisit la fréquence  $F_f$  suffisamment grande pour que l'erreur générée par l'interpolation linéaire soit inférieure au pas d'échantillonnage. Voir l'article [Smith 84] pour plus de détails sur cette technique.

## 1.7 Transmission numérique: les standards AES/EBU et SPDIF

### 1.7.1 Le standard professionnel AES/EBU

Avec l'avènement du numérique est apparu le besoin de transmettre les données numériques entre les appareils, sans avoir à repasser dans le domaine analogique. Ainsi, il devient possible d'enregistrer un compact disc directement en numérique sur une platine DAT (Digital Audio Tape). Un format a donc été élaboré, qui permet de transmettre deux canaux numériques au moyen d'un câble standard RCA (cinch). L'Audio Engineering Society (AES) et l'European Broadcasting Union (EBU) ont en commun établi les spécifications de ce standard appelé par la suite AES/EBU.

Ce standard permet de transmettre deux canaux numériques contenant des échantillons audio en échantillonnage linéaire, au moyen d'*un seul câble de transmission standard*, et ce sur des distances pouvant atteindre 100m. Les données sont organisées en paires de mots consécutifs de 32 bits dont chacun représente un des canaux. Pour un signal stéréo, on transmet donc tous les  $\Delta T$  secondes deux mots de 32 bits. Les 32 bits de chaque mot contiennent la valeur de l'échantillon (jusqu'à 24 bits), un certain nombre de données complémentaires permettant de synchroniser le récepteur et de détecter les erreurs de transmission, et finalement un bit appelé "audio channel bit".



Ce bit, récolté dans 192 mots successifs permet de constituer le "channel status data", long de 24 octets ( $24 \times 8 = 192$ ), qui contient un grand nombre d'informations auxiliaires sur la nature de la source, la fréquence d'échantillonnage, le nombre de canaux, etc... Ce standard étant relativement flexible, un sous-standard a été élaboré pour les applications grand public.

### 1.7.2 Le standard grand public SPDIF

Sa définition, compatible avec le standard AES/EBU, est due à Sony et Philips, d'où le nom de SPDIF (Sony/Philips Digital Interface Format). Seul le "channel status data" est modifié, pour en raccourcir la longueur, et ne conserver que les informations utiles. Des 24 octets

définis par l'AES/EBU, on ne conserve que 4 octets. Les deux standards AES/EBU et SPDIF

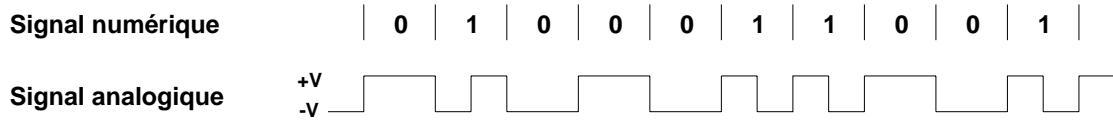
Figure 1.10: Spécifications du standard grand public SPDIF

sont utilisés par les appareils disponibles dans le commerce, lecteurs de compact disc, enregistreurs DAT, récepteurs radio numériques. Il est probable que dans le futur, la plupart des connexions entre les composantes des chaînes stéréo seront de nature numérique, la conversion finale numérique/analogique ayant lieu dans l'amplificateur (un seul convertisseur pour tous les appareils).

### 1.7.3 Le codage analogique

Les données numériques à transmettre doivent d'abord être codées sous la forme d'un signal analogique qui va pouvoir circuler dans des câbles audio standards. Pour assurer l'auto-synchronisation du récepteur sur l'émetteur à partir simplement du signal reçu, celui-ci est émis en modulation de fréquence de type "Manchester". Cette forme de codage permet une synchronisation aisée, et produit relativement peu de composante continue (transmise difficilement par les appareillages audio). De plus, le signal analogique créé par ce type de codage possède une largeur de bande compatible avec les câbles de transmission standards. Le signal analogique

est généré de la façon suivante: il y a une alternance de polarité à chaque bit, plus une au milieu lorsque le bit vaut 1.



On voit qu'il est alors facile de se synchroniser sur le signal reçu, car le signal analogique ne peut rester constant pour une durée supérieure à celle correspondant à un bit. Ce type de modulation est également utilisé pour l'enregistrement de disquettes à simple densité.

## 1.8 Bibliographie du chapitre 1

- [Adams 91] Adams, Ferguson, Ganesan, Vinclette, Volpe, and Libert. Theory and practical implementation of a fifth-order sigma-delta a/d converter. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 39 (7/8), Jul 1991.
- [Darling 90] T. Darling and M. J. Hawksford. Oversampled analog-to-digital conversion for digital audio systems. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 38 (12), Dec 1990.
- [Delmas 91] J. P. Delmas. *Eléments de théorie du Signal: les signaux déterministes*. Ellipse, Paris, 1991.
- [Hauser 91] M. W. Hauser. Principles of oversampling a/d conversion. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 39 (1/2), Jan/Feb 1991.
- [Lipshitz 92] S. P. Lipshitz, R. A. Wannamaker, and J. Vanderkooy. Quantization and dither: A theoretical survey. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 40 (5), May 1992.
- [Papoulis 91] A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 1991.
- [Smith 84] J. Smith and P. Gossett. A flexible sampling-rate conversion method. *Proc. IEEE ICASSP-84, San Diego*, Mar 1984.
- [Welland 89] Welland, Signore, and Swanson. A stereo 16-bit delta-sigma a/d converter for digital audio. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 37 (6), Jun 1989.

# Chapitre 2

## Le filtrage en haute-fidélité.

### 2.1 Rappel de quelques propriétés importantes.

#### 2.1.1 Stabilité et causalité.

**Stabilité:** Le filtre est BIBO stable (Bounded Input, Bounded Output) si une entrée bornée en amplitude se traduit par une sortie bornée. Pour un filtre linéaire invariant dans le temps, cette condition est équivalente à

$$\boxed{\sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} |h_i| < M} \quad (2.1)$$

où  $h_i$  représente la réponse impulsionnelle du filtre. Cette condition est suffisante de façon immédiate (inégalité triangulaire); elle est nécessaire car si elle n'est pas vérifiée, le signal  $x_n = \text{signe}(h_n)$  qui est borné fait diverger le filtre.

**Causalité:** Un filtre est causal si sa réponse impulsionnelle est nulle pour les instants négatifs:

$$\boxed{h_i = 0 \quad \forall i < 0} \quad (2.2)$$

Cette condition implique que les échantillons en sortie du filtre ne dépendent que des échantillons aux instants précédents.

**Caractérisation pour les filtre RIF et RII:** Un filtre RIF (réponse impulsionnelle finie) est toujours stable. Il n'est causal que si sa réponse impulsionnelle est nulle pour les indices négatifs. Un filtre RII (réponse impulsionnelle infinie) est *stable et causal* si les pôles de sa fonction de transfert sont à l'intérieur du cercle unité.

#### 2.1.2 Linéarité de phase

La linéarité de la phase d'un filtre est très importante en audio, car elle garantit le respect de la forme temporelle du signal (dans la mesure ou son contenu fréquentiel n'est pas modifié). Pour les signaux transitoires, c'est une caractéristique à laquelle l'oreille est très sensible.

En effet, si le filtre ne modifie pas le contenu en fréquence du signal (si le module de sa fonction de transfert est constant partout où le contenu spectral de  $x$  est non-nul) et si la réponse en phase du filtre est linéaire:

$$\text{Arg}(H(e^{2j\pi f})) = \alpha f$$

alors le signal en sortie est simplement une version décalée du signal original:

$$Y(f) = X(f)H(f) = X(f)Ce^{j\alpha f} \quad \text{d'où}$$

$$y(t) = Cx(t + \frac{\alpha}{2\pi})$$

En général,  $\alpha$  est négatif, et le filtre introduit un retard. La linéarité de phase est assurée pour un filtre RIF par l'importante propriété

$$h_{N-i} = h_{N+i} \quad (2.3)$$

où  $N$  représente le milieu de la réponse impulsionnelle. Un tel filtre introduit un retard de  $N$  échantillons. Pour montrer ce résultat, il suffit de constater que  $H(f)e^{-j\alpha f}$  est réel et pair (puisque  $H$  est à symétrie Hermitienne). Donc sa transformée de Fourier inverse ( $h(t - \frac{\alpha}{2\pi})$ ) est un signal pair, ce qui montre que  $h$  est symétrique autour de  $\frac{\alpha}{2\pi}$ .

Les filtres RII à fonction de transfert rationnelle sont généralement à phase non linéaire s'ils sont causaux et stables.

La figure suivante présente un exemple de non-linéarité de phase. Le filtre utilisé est un filtre

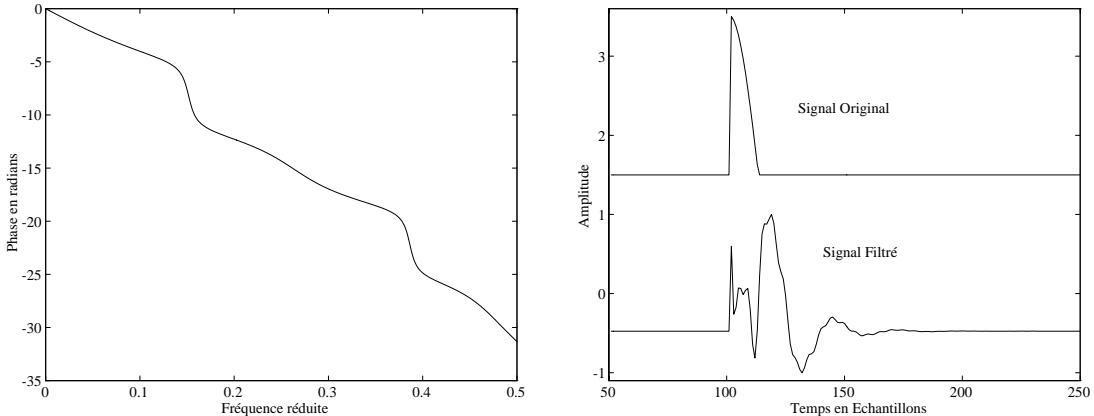


Figure 2.1: A gauche, réponse en phase d'un filtre passe-tout. A droite, signal original puis filtré.

passe-tout dont la réponse en phase est donnée sur la figure de gauche. Le signal original est un quart de période de cosinus, et l'on voit que le signal filtré (qui n'a subi qu'un déphasage puisque le filtre est passe-tout) possède une allure temporelle très différente de celle du signal original.

Les filtres à phase linéaire sont très utilisés pour la réalisation de filtres passe-bande, passe-bas et passe-haut, pour lesquels il est vital que le signal dans la bande ne soit pas déformé.

### 2.1.3 Retard de groupe, retard de phase.

On distingue deux quantités qui mesurent le retard introduit par un filtrage. Pour bien comprendre leur signification respective, on considère un signal *à bande étroite* dont le contenu n'est pas modifié par le filtre, par exemple: filtrage passe-bande d'une sinusoïde modulée en amplitude par un signal "variant lentement". Ce signal peut se décrire sous la forme d'une porteuse modulée par une enveloppe:

$$x(t) = m(t) \cos(\omega_0 t)$$

Le signal  $y(t)$  en sortie du filtre peut être approximé par [Delmas 91]:

$$y(t) = m \left( t + \frac{1}{2\pi} \frac{d\text{Arg}(H(f))}{df} \right) \cos \left( \omega_0 \left( t + \frac{1}{2\pi} \frac{\text{Arg}(H(f))}{f} \right) \right)$$

On définit par conséquent:

**Retard de phase (ou temps de propagation de phase)**

$$T_\phi(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\text{Arg}(H(f))}{f}$$

(2.4)

C'est le retard qui affecte *la porteuse*

**Retard de groupe (ou temps de propagation de groupe)**

$$T_g(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\text{Arg}(H(f))}{df}$$

(2.5)

C'est le retard qui affecte *l'enveloppe*.

Le signe '-' vient de ce qu'en général,  $\frac{d\text{Arg}(H(f))}{df}$  est négatif (le filtre introduit bien un retard, mesuré par un nombre positif  $T_g(f)$ ). Ces deux retards ne sont égaux que si le filtre est à phase linéaire. Voir [Delmas 91] p.143 pour plus de détail.

*Attention:* les formules ci-dessus ne sont valables que pour un signal *à bande étroite*. En particulier, on ne peut pas dire, en général, que le retard introduit par un filtre soit caractérisé par son temps de propagation de groupe. Cela n'est vrai que pour un signal à bande étroite dont le support coïncide avec la bande passante du filtre  $H$ .

### 2.1.4 Filtres passe-tout.

Une importante catégorie de filtres est celle des filtres passe-tout. Ces filtres ont un module égal à un sur le cercle unité:

$$|H(e^{2j\pi f})| = 1 \quad \forall f, -1/2 < f < 1/2$$

Les filtres passe-tout réels sont de la forme:

$$H(z) = \frac{z^{-p} P(z^{-1})}{P(z)}$$

où  $p$  est un entier quelconque. Cela veut dire que les polynômes du numérateur et du dénominateur sont réciproques, ou encore, que les zéros du filtre sont les inverses des pôles. Les filtres passe-tout ont uniquement un effet de déphasage sur le signal (on les appelle aussi des déphaseurs purs). Pour cette raison, ils sont souvent utilisés en audio pour égaliser la phase d'un filtrage (corriger la réponse en phase d'un filtre, sans en modifier la réponse en amplitude).

Les filtres passe-tout ont quelques propriétés importantes:

1. On peut vérifier que les passe-tout causaux ont une phase décroissante lorsque la fréquence parcourt  $[-1/2, 1/2]$ , et par conséquent un retard de groupe positif [Delmas 91].
2. On peut également montrer que si le signal  $x(n)$  est filtré par un passe-tout causal stable pour donner le signal  $y(n)$ , on a les propriétés:

$$\boxed{\sum_{-\infty}^{+\infty} |y(n)|^2 = \sum_{-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2} \quad \text{et} \quad \boxed{\sum_{-\infty}^{n_0} |y(n)|^2 \leq \sum_{-\infty}^{n_0} |x(n)|^2} \quad (2.6)$$

pour toute valeur de  $n_0$ . La première égalité résulte du théorème de Parseval, la deuxième s'en déduit.

### 2.1.5 Filtres à phase minimale.

Une autre importante classe de filtres est celle des filtres à phase minimale.

Un filtre est dit à phase minimale s'il est stable et causal, et si sa fonction de transfert  $H(z)$  ne possède pas de zéro à l'extérieur du cercle unité. Les filtres à phase minimale ont quelques propriétés qui les rendent intéressants en pratique:

1. Etant donné un filtre  $H(z)$ , tous les filtres  $H'(z)$  ayant la même fonction de transfert en module se déduisent de  $H(z)$  par un filtre passe-tout:  $H(z) = H'(z)H_{\text{passe-tout}}(z)$ . Parmi ces filtres, il en existe un unique qui soit à phase minimale.  $H(z)$  s'écrit alors:

$$H(z) = H_{\text{min.phase}}(z) \cdot H_{\text{passe-tout}}(z)$$

$H(z)$  et  $H_{\text{min.phase}}(z)$  ont la même fonction de transfert en amplitude, mais diffèrent par leur réponse en phase. La figure 2.2 montre dans un exemple simple comment obtenir la décomposition passe-tout  $\times$  phase-minimale.

2. D'après l'équation précédente, et la propriété des filtres passe-tout, on a:

$$-\frac{1}{2\pi} \frac{d\text{Arg}(H(f))}{df} \geq -\frac{1}{2\pi} \frac{d\text{Arg}(H_{\text{min.phase}}(f))}{df}$$

Et par conséquent, le retard de groupe du filtre à minimum de phase est inférieur à celui du filtre  $H$ : Parmi les filtres de même fonction de transfert en amplitude, le filtre à minimum de phase est celui qui a le plus petit retard de groupe.

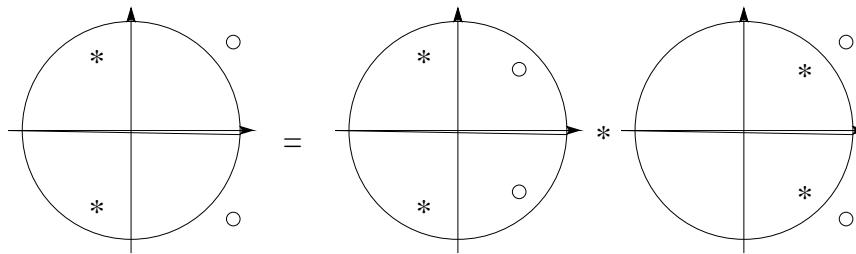


Figure 2.2: Décomposition d'un filtre (à gauche) en un filtre à phase minimale (au centre) et un filtre passe-tout (à droite). Les cercles indiquent les zéros, les étoiles indiquent les pôles.

3. De ce qui précède et des propriétés des passe-tout, on déduit

$$\sum_0^{n_0} |h(n)|^2 \leq \sum_0^{n_0} |h(n)_{min.phase}|^2$$

pour tout  $n_0$ . Le filtre à phase minimale est celui dont l'énergie de la réponse impulsionnelle est la plus concentrée à l'origine.

L'intérêt principal des filtres à phase minimale est leur inversibilité (garantie par le fait que les zéros sont à l'intérieur du cercle unité). Un autre avantage est leur "rapidité" qui découle de la concentration de l'énergie de la réponse impulsionnelle autour de  $t = 0$ . Enfin les filtres à phase minimale possède aussi de bonnes propriétés pour l'interpolation de filtres (voir section 2.5. Voir [Delmas 91] pour plus de détails.

## 2.2 La cellule du second ordre.

Le cas de la cellule du second ordre est important, car il est très courant de décomposer un filtre de fonction de transfert rationnelle en somme, ou produit de cellules du second ordre. La cellule du second ordre est en quelque sorte la brique de construction de nombreux filtres.

### 2.2.1 Définition et implémentation

Nous étudions ici la cellule du second ordre purement récursive définie par la récurrence:

$$y_n = -a_1 y_{n-1} - a_2 y_{n-2} + x_n$$

Ce filtre est causal car sa sortie dépend de l'entrée au même instant, et des sorties précédentes. Sa fonction de transfert est:

$$H(z) = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

On donne ci-dessous deux implémentations possibles de la cellule du second ordre: Ces deux cellules implémentent le même dénominateur  $A(z)$ , pour des valeurs appropriées des paramètres (l'implémentation couplée fait de plus intervenir un  $B(z)$  de degré 2).

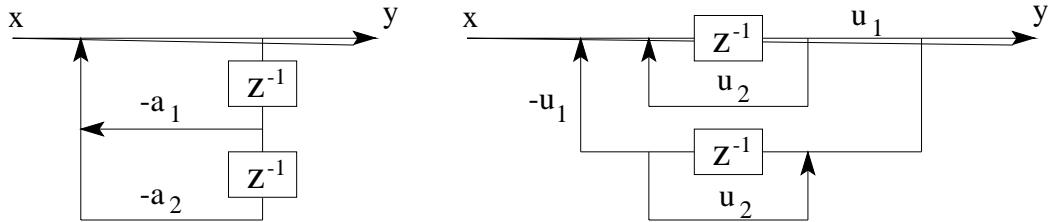


Figure 2.3: Cellule du second ordre: a gauche, implémentation directe. A droite, implémentation couplée.

## 2.2.2 Stabilité, résonance et surtension

Dans le cas de la cellule du second ordre, il est aisé de calculer le critère de stabilité (l'ensemble des valeurs de  $a_1$  et  $a_2$  qui garantissent la stabilité du filtre). Il suffit pour cela de calculer le discriminant de l'équation du second degré associé au filtre, et de déterminer à quelles conditions les racines ont un module inférieur à 1.

On obtient au terme d'un calcul simple la figure Fig. 2.4 où l'on voit que le domaine de stabilité

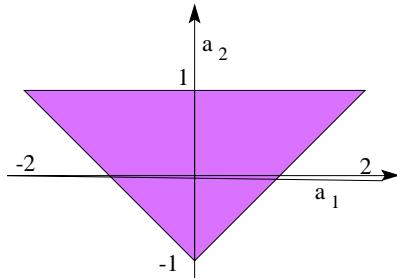


Figure 2.4: Domaine de stabilité de la cellule du second ordre (en gris).

de la cellule du second ordre est constitué d'un triangle.

Ceci montre (entre autre) que la cellule obtenue en interpolant linéairement les coefficients de deux cellules stables est   g  alement stable: les deux couples  $(a_1, a_2)$  correspondent à deux points situés à l'intérieur du triangle, et les coefficients des filtres interpolés sont situés sur le segment de droite reliant ces deux points, et sont par conséquent   g  alement dans le domaine de stabilité. Nous reviendrons sur cette remarque plus loin.

Si les coefficients satisfont

$$\left| \frac{a_1(1 + a_2)}{4a_2} \right| < 1$$

la réponse en fréquence du filtre passe par un maximum dont la fréquence (dite fréquence de résonance) est donnée par:

$$F_r = \frac{1}{2\pi} \arccos \left( -\frac{a_1(1 + a_2)}{4a_2} \right)$$

La valeur du maximum (appelée surtension) est donnée par:

$$H(F_r) = \frac{1}{(1 - a_2) \sin(\phi)} \quad \text{avec} \quad a_1 = -2r \cos(\phi) \quad \text{et} \quad a_2 = r^2$$

où l'on vérifie que  $\pm\phi$  représente l'argument des pôles de la cellule, et  $r$  leur module. Il est clair que si  $a_2$  est voisin de 1, la surtension à la résonance devient très grande (ce qui est normal, puisque  $a_2$  représente le carré du module des pôles conjugués). D'autre part, on remarque que le maximum n'est pas obtenu pour  $F_r = \phi/(2\pi) = 1/(2\pi) \arccos(a_1/2a_2)$ , sauf si  $a_2$  est très proche de 1: Le maximum de la réponse en fréquence ne correspond pas exactement à l'argument du pôle.

La figure suivante présente l'allure de la réponse en fréquence en amplitude et en phase pour une cellule résonante:  $a_1 = -1.52$  et  $a_2 = 0.917$ . On remarque le pic pointu dans la réponse en amplitude ainsi que la brusque variation de phase. Lorsque la fréquence de résonance est

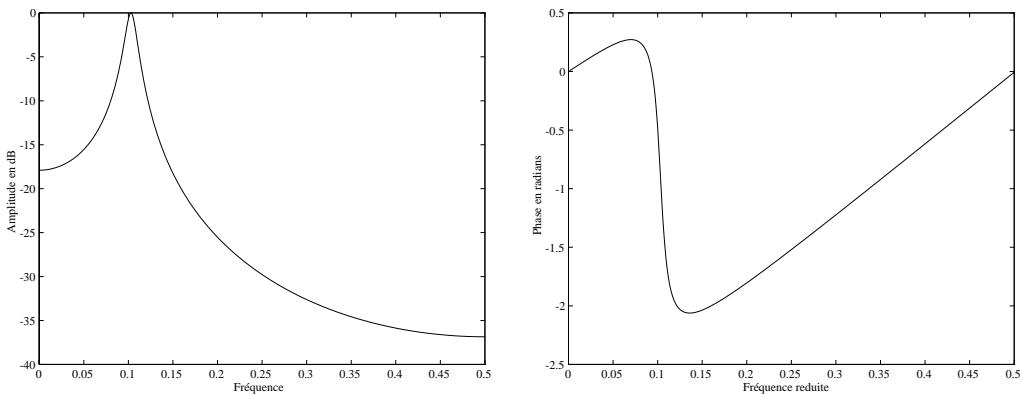


Figure 2.5: Réponse en fréquence de la cellule du second ordre: a gauche, amplitude en dB. A droite, phase.

distante de 0 et si la surtension est grande, la largeur de bande du filtre autour de la résonance peut être estimée par celle de la cellule du premier ordre:  $\alpha/\pi$  à -3dB.

Voir [Massie 93] pour plus d'informations sur la cellule du second ordre et son utilisation en audio.

### 2.2.3 Réponse impulsionale: synthèse de sinusoïdes

Considérons une sinusoïde réelle amortie, d'amplitude initiale  $A$ , de fréquence réduite  $f_0$ , de taux d'amortissement  $\alpha$  et de phase initiale  $\phi$ :

$$x(n) = A \exp(-\alpha n) \cos(2\pi f_0 n + \phi)$$

Le calcul de sa transformée en Z fournit l'expression suivante:

$$X(z) = \frac{A}{2} \left[ \frac{\exp(j\phi)}{1 - z_0 z^{-1}} + \frac{\exp(-j\phi)}{1 - z_0^* z^{-1}} \right] \quad \text{avec} \quad z_0 = \exp(-\alpha + 2j\pi f_0)$$

ou encore

$$X(z) = A \frac{\cos(\phi) - z^{-1} \exp(-\alpha) \cos(\phi - 2\pi f_0)}{1 - 2z^{-1} \exp(-\alpha) \cos(2\pi f_0) + \exp(-2\alpha) z^{-2}}$$

On remarque que la transformée en Z de la sinusoïde exponentiellement amortie correspond à la fonction de transfert d'une cellule du second ordre. En d'autres termes, la réponse impulsionnelle de la cellule du second ordre causale stable dont la fonction de transfert est donnée ci-dessus est une sinusoïde exponentiellement amortie de paramètres  $A$ ,  $f_0$ ,  $\alpha$  et  $\phi$ . La figure ci-dessous donne une structure de réalisation d'un tel filtre.

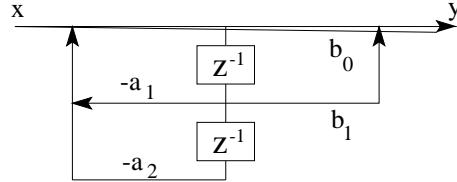


Figure 2.6: Structure de réalisation d'une cellule du second ordre.

Ainsi il est possible d'engendrer cette sinusoïde par la récurrence

$$\begin{cases} x_0 &= A \cos(\phi) \\ x_1 &= A \exp(-\alpha) \cos(2\pi f_0 + \phi) \\ x_n &= 2x_{n-1} \exp(-\alpha) \cos(2\pi f_0) - x_{n-2} \exp(-2\alpha) \end{cases} \quad (2.7)$$

En effet,  $x_n$  est le résultat du filtrage d'un impulsion par le filtre de fonction de transfert  $X(z)$ . En écrivant la relation de récurrence liant  $x_n$  et l'impulsion  $e_n$ , on aboutit à l'expression donnée ci-dessus.

Ainsi, en fixant les paramètres de la récurrence de façon appropriée, on peut générer une sinusoïde amortie de fréquence, de taux d'amortissement, d'amplitude et de phase initiales arbitraires. On remarque que le terme général de la récurrence (3ème équation) ne dépend que du taux d'amortissement  $\alpha$  et de la fréquence  $f_0$  de la sinusoïde: en jouant sur les paramètres de la 3ème équation, on peut obtenir n'importe quelle valeur de la fréquence ou du taux d'amortissement. Les deux valeurs initiales  $x_0$  et  $x_1$  permettent de régler les valeurs de l'amplitude  $A$  et de la phase  $\phi$ .

Ainsi:

1. En régime libre (en l'absence de toute entrée), la sortie de la cellule du second ordre ci-dessus est une sinusoïde amortie.
2. Le dénominateur de la fonction de transfert détermine la fréquence et le taux d'amortissement de la sinusoïde.
3. Le numérateur et les valeurs initiales déterminent la phase et l'amplitude de la sinusoïde.

La cellule du second ordre apparaît donc comme un moyen de synthétiser une sinusoïde exponentiellement amortie. Pour synthétiser une somme de sinusoïde, il suffit d'assembler en parallèle plusieurs cellules du second ordre. Cette idée (classique) a été utilisée entre autre dans [Potard 86, Meillier 93, Laroche 94] pour la synthèse d'instruments de percussion.

## 2.3 Filtres en treillis

### 2.3.1 Filtre RIF en treillis

On considère maintenant le schéma ci-dessous dit schéma en treillis. On peut tout d'abord

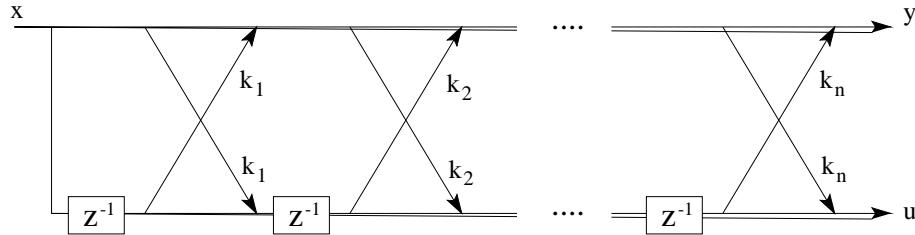


Figure 2.7: Filtre RIF en treillis.

remarquer que cette structure représente un filtre RIF: la sortie  $y$  est une combinaison linéaire des valeurs de  $x$  aux instants précédents (il en est de même pour  $u$ ). De plus, le retard maximum est  $z^{-n}$ , et le coefficient du signal direct est 1. La structure correspond donc à une fonction de transfert

$$B(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}$$

Les coefficients  $b_i$  peuvent être reliés aux ‘coefficients de réflexion’  $k_i$  de la façon suivante. On considère tout d’abord une cellule élémentaire donnée sur la figure 2.8. On peut écrire

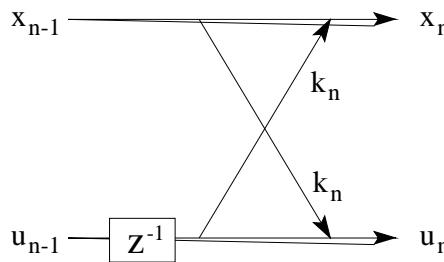


Figure 2.8: Cellule du filtre RIF en treillis.

$$\begin{pmatrix} x_i \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k_i z^{-1} \\ k_i & z^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ u_{i-1} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

En notant  $M_i$  la matrice  $2 \times 2$  ci-dessus, on aboutit à

$$\begin{pmatrix} y \\ u_n \end{pmatrix} = M_n M_{n-1} M_{n-2} \dots M_1 \begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

On note  $B_i(z)$  la fonction de transfert entre  $x$  et  $x_i$ , et  $\hat{B}_i(z)$  la fonction de transfert entre  $x$  et  $u_i$ .

$$X_i(z) = B_i(z)X(z) \quad \text{et} \quad U_i(z) = \hat{B}_i(z)X(z)$$

En utilisant l'équation 2.8, il est possible de calculer  $\hat{B}_i(z)$  et  $B_i(z)$  à partir de  $\hat{B}_{i-1}(z)$  et  $B_{i-1}(z)$ :

$$\begin{aligned} B_i(z) &= B_{i-1}(z) + k_i z^{-1} \hat{B}_{i-1}(z) & \text{avec} & \quad B_1(z) = 1 + k_1 z^{-1} \\ \hat{B}_i(z) &= k_i B_{i-1}(z) + z^{-1} \hat{B}_{i-1}(z) & \hat{B}_1(z) &= k_1 + z^{-1} \end{aligned} \quad (2.10)$$

on peut alors montrer par récurrence que

$$\hat{B}_i(z) = z^{-i} B_i(z^{-1}) \quad (2.11)$$

En d'autres termes,  $\hat{B}_i(z)$  et  $B_i(z)$  sont réciproques:

$$\begin{aligned} B_i(z) &= 1 + b_1^i z^{-1} + b_2^i z^{-2} + \dots + b_i^i z^{-i} \\ \hat{B}_i(z) &= b_i^i + b_{i-1}^i z^{-1} + \dots + z^{-i} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Les équations 2.10 et 2.12 permettent de calculer par récurrence les coefficients  $b_i^j$ . Après quelques manipulations, on aboutit à:

$$\begin{cases} b_i^i &= k_i \\ b_{i-j}^i &= b_{i-j}^{i-1} + k_i b_j^{i-1} \quad \text{pour} \quad 1 \leq j < i \end{cases} \quad (2.13)$$

Ces importantes relations définissent le passage des  $k_i$  aux  $b_i$  (coefficients du filtre  $B(z)$ ) c'est à dire, permettent de passer d'une structure en treillis (Fig 2.7) à une structure directe (aussi appelée transverse).

Pour obtenir les équations permettant de passer des  $b_i$  aux  $k_i$  (pour passer d'une structure directe à une structure en treillis), il suffit de réécrire la récurrence 2.10 sous la forme:

$$B_{i-1}(z) = \frac{1}{1 - k_i^2} [B_i(z) - k_i \hat{B}_i(z)]$$

ce qui permet d'obtenir la récurrence réciproque de 2.13

$$\begin{cases} k_i &= b_i^i \\ b_{i-j}^{i-1} &= \frac{1}{1 - k_i^2} [b_{i-j}^i - k_i b_j^i] \quad \text{pour} \quad 1 \leq j < i - 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

**Exemple:** Si on se donne un treillis à trois cellules, avec les coefficients  $k_1$ ,  $k_2$ , et  $k_3$ , on peut à l'aide de la récurrence 2.13 déterminer les coefficients  $b_1$ ,  $b_2$ , et  $b_3$ :

$$\begin{cases} b_1^1 & b_1^2 & b_1^3 & k_1 & k_1 + k_1 k_2 & k_1 + k_1 k_2 + k_2 k_3 \\ & b_2^2 & b_2^3 & k_2 & k_2 + k_1 k_3 & k_1 k_2 k_3 \\ & & b_3^3 & & k_3 & \end{cases} \quad (2.15)$$

Inversement, si l'on se donne les coefficients  $b_1$ ,  $b_2$ , et  $b_3$ , on peut à l'aide de la récurrence 2.14 calculer les coefficients de réflexion  $k_1$ ,  $k_2$ , et  $k_3$ .

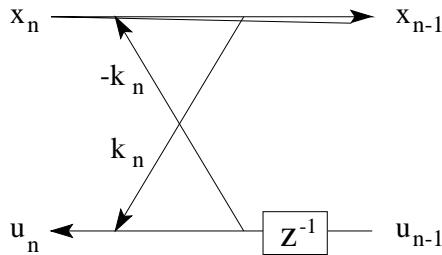


Figure 2.9: Cellule du filtre tout-pôles en treillis.

### 2.3.2 Filtre tout-pôles en treillis

Considérons maintenant la cellule donnée par la figure 2.9. Comme précédemment, il est possible de relier  $x_i$ ,  $x_{i-1}$ ,  $u_i$  et  $u_{i-1}$  par la relation matricielle

$$\begin{pmatrix} x_i \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k_i z^{-1} \\ k_i & z^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ u_{i-1} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

qui est *exactement la même que la précédente (Eq. 2.8)*.

Finalement, si le filtre complet est celui de la figure 2.10, en notant que cette fois,  $x = x_n$  et  $x_0 = u_0 = y$  (alors que précédemment nous avions  $y = x_n$  et  $x_0 = u_0 = x$ ), nous avons la même relation que précédemment où  $X$  et  $Y$  ont été intervertis!

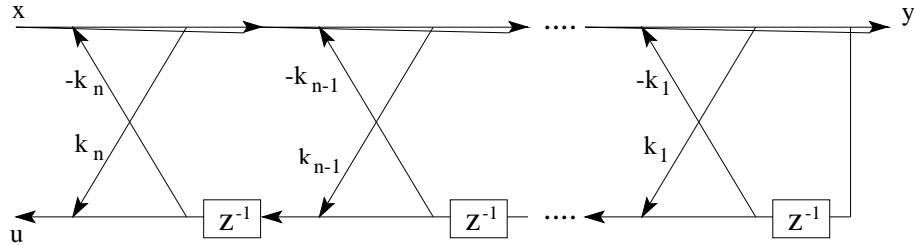


Figure 2.10: Filtre tout-pôles en treillis.

$$X(z) = X_n(z) = B_n(Z)Y(z) \quad \text{et} \quad U(z) = \hat{B}_n(Z)Y(z)$$

d'où l'on tire que

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{B(z)} \quad \text{et} \quad \frac{U(z)}{X(z)} = \frac{\hat{B}_n(Z)}{B(z)}$$

(2.17)

Ceci veut dire que la structure donnée par la figure 2.10 correspond à un filtre tout-pôles, dont la fonction de transfert est l'inverse de celle du filtre donné à la figure 2.7. Ainsi, les équations permettant de passer des  $a_i$  (coefficients du filtre tout-pôles transverse) aux  $k_i$  et réciproquement sont les mêmes que dans le cas RIF.

De plus, on voit que pour tout  $i$ ,  $x_i$  et  $u_i$  sont liés par un filtre passe-tout! puisque  $\hat{B}_i(Z)$  est le polynôme réciproque de  $B_i(Z)$ . En particulier,  $x$  et  $u$  sont liés par un passe-tout. Cette remarque aura une importance par la suite.

### 2.3.3 Avantages des filtres en treillis, stabilité

En terme de calcul et de stockage, les filtres en treillis décrits précédemment sont plus coûteux que les filtres transverses: pour une cellule, le filtre en treillis (RIF ou IIR) nécessite deux multiplications, alors que le filtre transverse n'en nécessite qu'une. Cependant, la structure de la figure 2.11 à droite qui est équivalente (à un gain près) à celle de la figure 2.9 peut être réalisée à l'aide *d'une seule multiplication* (mais avec trois additions) ce qui la rend comparable à la structure directe. En revanche, nous verrons plus loin que les filtres en treillis sont plus

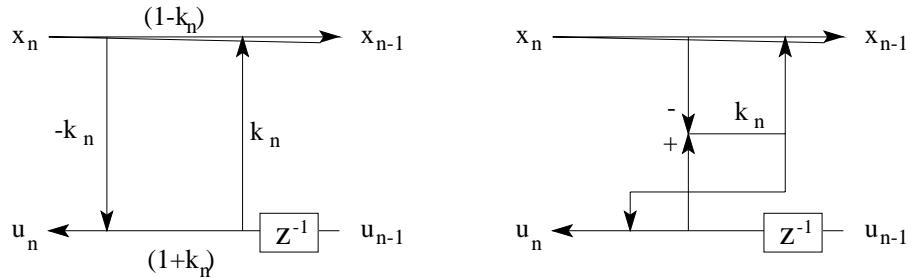


Figure 2.11: Structure de Kelly-Lochbaum. A droite, réalisation à l'aide d'une seule multiplication.

robustes au bruit de calcul, et à la quantification des coefficients [Markel 75a, Markel 75b]. De plus, les filtres en treillis sont plus faciles à normaliser (voir plus loin).

Leur principal avantage découle du résultat suivant:

Un filtre tout-pôles en treillis (figure 2.10) est causal-stable *si et seulement si tous les coefficients de réflexion  $k_i$  sont de module inférieur à 1*. Voir [Picinbono 89] ou [Markel 76] ou [Markel 73] pour une démonstration.

Ce résultat a (au moins) deux conséquences importantes:

1. Pour tester la stabilité d'un filtre, il suffit de calculer les coefficients  $k_i$  (à l'aide de la récurrence 2.14) et de vérifier qu'ils sont tous inférieurs à 1 en valeur absolue. C'est le principe du 'critère de stabilité de Schur-Cohn'. (Pour d'autres critères de stabilité, voir [Picinbono 89]).
2. Puisque le domaine de stabilité du filtre dans l'espace des  $k_i$  est convexe, tout filtre interpolé linéairement à partir de deux structures stables est également stable. La stabilité est conservée par interpolation linéaire sur les  $k_i$ . Cette propriété est très importante en pratique (par exemple pour certaines méthodes de synthèse de la voix).

## 2.4 Les problèmes de normalisation de gain

### 2.4.1 Définition d'un filtre normalisé

On dira qu'un filtre est normalisé lorsque, alimenté par un bruit blanc, l'énergie du signal en sortie est la même que celle du bruit blanc en entrée. En d'autres termes, un signal blanc est transformé en un signal coloré *de même énergie*.

Le filtre  $H(z)$  est normalisé si:

1. Si  $Y(z) = H(z)X(z)$  avec  $x_n$  **bruit blanc** stationnaire de variance  $\sigma^2$ .
2. Alors  $E(y_n^2) = E(x_n^2) = \sigma^2$ .

L'hypothèse que l'entrée est un bruit blanc est fondamentale! En effet, si l'on ne fait pas cette hypothèse alors les seuls filtres vérifiant  $E(y_n^2) = E(x_n^2)$  sont les filtres passe-tout.

Par la relation de Parseval on voit facilement que le filtre est normalisé si et seulement si

$$\boxed{K^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega = 1} \quad \text{ou encore} \quad \boxed{K^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_n|^2 = 1} \quad (2.18)$$

Les deux expressions ci-dessus définissent  $K$ , le ‘gain non-cohérent’ du filtre (le gain appliqué à un bruit blanc).

On voit facilement (bien choisir ses contre-exemples) que:

- Si  $H(z)$  est normalisé,  $1/H(z)$  s'il existe n'est pas forcément normalisé.
- Si  $H_1(z)$  et  $H_2(z)$  sont normalisés,  $1/\sqrt{2}(H_1(z) + H_2(z))$  n'est pas forcément normalisé (car  $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ ).
- Si  $H_1(z)$  et  $H_2(z)$  sont normalisés,  $H_1(z)H_2(z)$  n'est pas forcément normalisé (car  $\int ab \neq \int a \int b$ )

On conçoit alors que normaliser un filtre ne soit pas une chose aisée (puisque en général, il ne suffit pas de normaliser les cellules qui le constituent).

Nous verrons par la suite que les filtres normalisés apportent une solution très pratique aux problèmes de bruit de calcul et de facteurs d'échelle.

### 2.4.2 Normalisation des filtres RIF et RII

Pour un filtre RIF de type  $B(z)$ , la normalisation ne pose pas de problème car le gain non-cohérent se calcule facilement. La condition nécessaire et suffisante de normalisation est:

$$K^2 = \sum_{n=0}^p b_n^2 = 1$$

Un filtre RIF  $B(z)$  quelconque peut être normalisé par multiplication par  $1/K = (\sum_{n=0}^p b_n^2)^{-1/2}$ .

**Remarque:** Il ne faut pas confondre la normalisation en signal non-cohérent (entrée bruit blanc) avec la normalisation du gain dans la bande passante: pour un filtre passe-bas, on désire en général que le gain du filtre dans la bande passante soit 1. Pour normaliser un filtre RIF passe-bas selon ce critère, on le multipliera par le facteur  $(\sum_{n=0}^p b_n)^{-1}$  (gain du filtre à la fréquence  $f = 0$ ).

Pour un filtre RII, la normalisation est plus complexe car le gain non-cohérent est plus difficile à calculer. Il n'y a pas de méthode générale. L'exemple suivant illustre le cas de la cellule du

premier ordre.

On a

$$H(z) = \frac{1}{1 - z_0 z^{-1}} \quad \text{et} \quad K^2 = \sum_{n=0}^{\infty} z_0^{2n} = \frac{1}{1 - z_0^2}$$

Le gain non-cohérent de la cellule du premier ordre de paramètre  $z_0$  est donc  $1/\sqrt{1 - z_0^2}$ . La cellule du premier ordre normalisée est donc

$$H_N(z) = \frac{\sqrt{1 - z_0^2}}{1 - z_0 z^{-1}}$$

On montrerait de façon similaire que le gain non-cohérent de la cellule du second ordre

$$H(z) = \frac{1}{1 - 2r z^{-1} \cos(\theta) + r^2 z^{-2}} \quad \text{est} \quad K^2 = \left( \frac{1 + r^2}{1 - r^2} \right) \frac{1}{r^4 + 1 - 2r^2 \cos(2\theta)}$$

D'une façon générale, il est utile de se rappeler que le gain non-cohérent d'un filtre causal  $B(z)/A(z)$

$$H(z) = \frac{1}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_q z^{-q}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_p z^{-p}}$$

est toujours supérieur à  $b_0/a_0$ . En effet, en écrivant  $H(z) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i z^{-i}$  et en faisant tendre  $z$  vers l'infini (en module), on constate que  $h_0 = b_0/a_0$ . Comme le gain non-cohérent  $K$  vaut  $K = \sqrt{\sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i^2}$ , cette somme étant toujours supérieure à  $h_0^2$  on a toujours

$$K \geq \frac{b_0}{a_0}$$

Cette remarque sera utile pour les problèmes de bruit de calcul.

Comme on l'a dit précédemment, il ne suffit pas de mettre en série (ou en parallèle) des cellules récursives du premier ordre normalisées pour obtenir un filtre normalisé.

Nous allons voir que le filtre en treillis apporte une réponse à ce problème.

### 2.4.3 Normalisation des filtres tout-pôles en treillis

La structure en treillis présente un avantage pour la normalisation du filtre: on peut montrer [Markel 73] que le gain non-cohérent du filtre tout-pôle en treillis est:

$$K_n = \frac{1}{\prod_{i=1}^n \sqrt{1 - k_i^2}}$$

(2.19)

Ce résultat permet donc de normaliser le filtre tout-pôles par une simple multiplication en sortie par  $\prod_{i=1}^n \sqrt{1 - k_i^2}$ .

Une autre façon de procéder consiste à utiliser la structure décrite à la figure 2.12 dont on peut montrer qu'elle est équivalente à la cellule de la figure 2.9 à ceci près que  $x_{n-1}$  et  $u_{n-1}$  sont multipliés par  $\sqrt{1 - k_n^2}$ . Cette cellule porte le nom de cellule normalisée [Gray 75].

Nous pouvons faire les remarques suivantes:

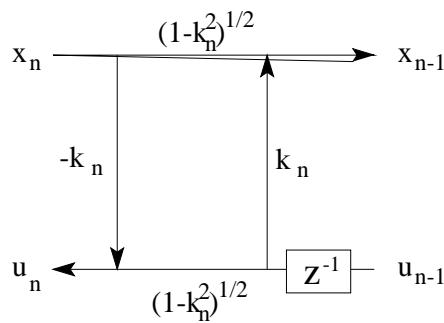


Figure 2.12: Cellule du filtre tout-pôles en treillis normalisé.

1. En concaténant des cellules en treillis normalisées, on obtient un treillis normalisé (ce qui n'est pas le cas pour les structures transverses).
2. La cellule normalisée nécessite cependant 4 multiplications au lieu de deux pour la cellule non-normalisée (et 1 pour la structure transverse!). Pour un treillis de  $N$  cellules où les  $k_i$  sont constants, on aura intérêt à calculer le gain  $K_N$  une fois pour toute et à utiliser une structure non-normalisée (figure 2.10) en divisant la sortie par le gain.

## 2.5 Les problèmes liés à l'interpolation de filtres

On a très souvent besoin d'utiliser un filtrage variant dans le temps, pour traduire les variations d'un signal. Dans le cas de la parole, le passage d'un phonème à un autre est un cas typique de signal possédant un spectre variant dans le temps. On trouve d'autres exemples dans les sons d'instruments de musique (trompette etc), les problèmes de spatialisation des sons (voir chapitre 7.3, etc...).

Ainsi se pose le problème du filtrage d'un signal par un filtre variant dans le temps. En général, on connaît les fonctions de transfert des filtres  $H_i(z)$  et  $H_{i+1}(z)$  à des instants  $t_i$  et  $t_{i+1}$ , et on cherche à obtenir un signal filtré par un filtre dont la fonction de transfert varie 'continûment' entre  $H_i(z)$  et  $H_{i+1}(z)$ .

Ce problème pose deux questions: comment calculer des filtres intermédiaires (interpolation) aux instants  $t_i < t < t_{i+1}$ , et comment implémenter un filtrage variant dans le temps.

### 2.5.1 Interpolation des filtres en structure directe

#### Cas des filtres RIF

Même dans le cas des filtres RIF, l'interpolation n'est pas une opération simple. L'idée qui consiste à interpoler linéairement les coefficients de la réponse impulsionnelle donne naissance à des artefacts. Supposons par exemple que le premier filtre ait tous ses zéros à l'intérieur du cercle unité, et que le second les ait tous à l'extérieur. Comme la position des zéros varie continûment avec les coefficients de la réponse impulsionnelle, pour certaines valeurs du paramètre d'interpolation, certains zéros se trouveront *sur le cercle unité* puisqu'il leur faut le traverser pour rejoindre les zéros du filtre cible. A ces instants, la fonction de transfert du filtre aura un zéro prononcé pour une fréquence qu'il n'est d'ailleurs pas possible de connaître

à l'avance.

Pour cette raison, on effectue souvent l'interpolation sur des filtres à phase minimale, de sorte que les zéros *ne sont pas obligés(!)* de traverser le cercle unité. Cela ne garantit nullement qu'il ne le feront pas comme on va le constater ci-dessous.

### Cas des filtres RII:

Le cas des filtres RII est encore plus problématique, puisqu'en général on ne peut être sûr que le filtre interpolé soit stable. Partant de deux filtres IIR stables  $B_1(z)/A_1(z)$  et  $B_2(z)/A_2(z)$ , le filtre obtenu en interpolant linéairement les coefficients  $a_i$  peut avoir une ou plusieurs racines à l'extérieur du cercle unité, et donc être instable. La figure 2.13 illustre ce phénomène: les pôles du filtre interpolé font une petite excursion à l'extérieur du cercle unité.

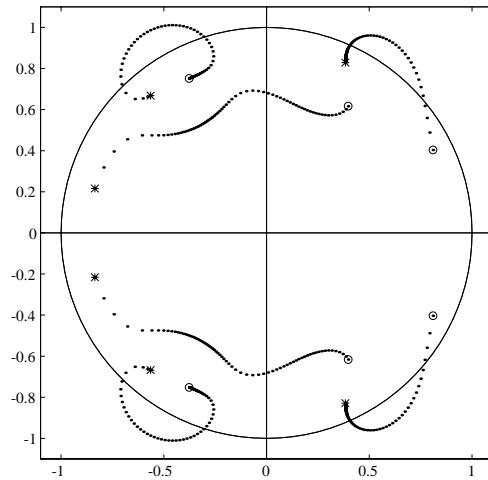


Figure 2.13: Lieux des pôles du filtre interpolé. Les pôles du filtre original sont représentés par des 'o'. Ceux du filtre cible par des '\*'.

Une solution pour éviter le risque d'instabilité vient de la remarque que deux cellules du second ordre stables donnent par interpolation linéaire une cellule stable (voir paragraphe 2.2.2). L'idée consiste à décomposer les filtres  $B_1(z)/A_1(z)$  et  $B_2(z)/A_2(z)$  en deux ensembles de cellules du second ordre, de les apparter deux à deux (en supposant que les deux filtres ont le même ordre), d'interpoler chaque couple de cellules puis de reconstituer le filtre complet par concaténation des cellules interpolées. L'interpolation procède de la façon suivante:

1. Partant de deux ensembles de cellules du second ordre  $H_1^i(z)$  et  $H_2^i(z)$ .
2. Apparter les cellules deux à deux:  $H_1^i(z) \longrightarrow H_2^j(z)$
3. Calculer les cellules interpolées par interpolation des coefficients  $a_i$  et  $b_i$ :

$$a_{t,k}^i(z) = \frac{t - t_2}{t_1 - t_2} a_{1,k}^i(z) + \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} a_{2,k}^j(z) \quad \text{et}$$

$$b_{t,k}^i(z) = \frac{t - t_2}{t_1 - t_2} b_{1,k}^i(z) + \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} b_{2,k}^j(z)$$

où  $a_{t,k}^j$  est le  $k$ ième coefficient de la cellule d'indice  $j$  au temps  $t$ .

#### 4. Reconstituer le filtre complet

L'étape d'appariement est délicate car on veut éviter en général que les pôles ne ‘voyagent’ trop: on tente d'apparier les pôles à leur plus proche voisin. En général, cette méthode est intéressante si le filtre est implémenté sous la forme d'un banc de cellules du second ordre en parallèle (ou en série), auquel cas, la dernière étape est inutile.

Un avantage de cette méthode est que les modules des pôles sont bien contrôlés, puisque leurs carrés valent  $a_{t,2}^j(z)$ . Les modules-carré sont donc interpolés linéairement.

Son inconvénient majeur est l'étape d'appariement lorsque les fréquences des cellules varient beaucoup. Cette méthode a été implémentée en VLSI par E-mu (un fabricant de synthétiseurs aux Etats-Unis).

### 2.5.2 Interpolation des filtres en treillis

Les filtres tout-pôles en treillis sont très utilisés en synthèse de la parole où l'on a besoin de faire varier le filtre au cours du temps. La structure en treillis permet de le faire de façon naturelle, sans risquer l'instabilité, et à peu de frais en terme de calcul.

En effet, comme on l'a vu au chapitre 2.3.3, la condition de stabilité des filtres tout-pôles en treillis est simplement que les modules des coefficients de réflexion  $k_i$  soient tous inférieurs à 1. Le domaine de stabilité du filtre dans l'espace des  $k_i$  est donc *convexe*, ce qui implique qu'en interpolant linéairement les coefficients de réflexion entre deux structures stables, on obtient automatiquement une structure stable.

La figure 2.14 montre le résultat de l'interpolation sur les coefficients de réflexion  $k_i$  pour les mêmes filtres que précédemment (figure 2.13). On remarque que tous les filtres intermédiaires

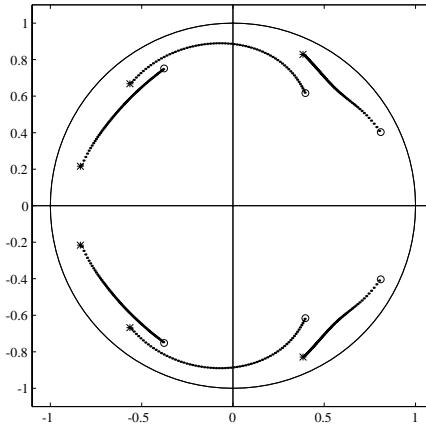


Figure 2.14: Lieux des pôles du filtre interpolé sur les coefficients de réflexion. Les pôles du filtre original sont représentés par des ‘o’. Ceux du filtre cible par des ‘\*’.

sont stables, et que les pôles du filtre interpolé se déplacent de façon régulière.

Dans le cas de la parole, les coefficients de réflexion  $k_i$  peuvent être reliés au diamètre du conduit vocal mesuré en différents endroits [Markel 76, Makhoul 75]. Les variations du diamètre sont responsables de la ‘mise en forme spectrale’ du signal glottique, en fonction des valeurs des

coefficients de réflexion. L'interpolation des coefficients de réflexion s'interprète donc physiquement comme la contraction ou la dilatation du conduit vocal, ce qui donne une justification physique à l'utilisation de cette méthode.

Enfin, même lorsque le filtre est implémenté de façon directe (c'est à dire en utilisant les paramètres  $a_i$ ), on peut calculer les coefficients de réflexion, les interpoler, puis en déduire les coefficients  $a_i$  avec un surcoût en temps de calcul dû au passage des  $a_i$  aux  $k_i$  et réciproquement.

### 2.5.3 Filtrage variant dans le temps

On appelle filtre linéaire variant dans le temps un système possédant la propriété de linéarité ( $F(ax_n + by_n) = aF(x_n) + bF(y_n)$ ) mais qui n'est plus invariant dans le temps. En particulier, le résultat du filtrage d'un signal  $x_{n+m}$  n'est plus du tout lié à celui de  $x_n$  par une opération de décalage.

On note  $h_{n,i}$  la réponse au temps  $n + i$  du filtre excité par une impulsion au temps  $n$ . Cette réponse impulsionnelle dépend de l'instant d'excitation  $n$ , ce qui n'est pas le cas pour un filtrage linéaire invariant dans le temps. La propriété de linéarité de l'opération de filtrage permet d'écrire

$$y_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i h_{i,n-i}$$

car  $x_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i \delta_{n-i}$  ( $\delta_n$  est le signal nul partout sauf en 0 où il vaut 1).

On voit que si le filtre était invariant dans le temps, les réponses impulsionnelles  $h_{n,i}$  seraient toutes identiques  $h_{n,i} = h_{n',i} = g_i$  et la relation de filtrage ci-dessus redeviendrait la convolution classique entrée-sortie pour un filtre linéaire invariant dans le temps.

#### Condition de stabilité

La condition de BIBO stabilité d'un filtrage variant dans le temps *n'est pas la même que celle d'un filtrage invariant dans le temps*. Un filtre variant dans le temps est BIBO-stable si et seulement si

$$\exists M, \quad \forall n \quad \sum_{i=-\infty}^{\infty} |h_{i,n-i}| < M \quad (2.20)$$

(même démonstration que dans le cas d'un filtre invariant dans le temps, chapitre 2).

La stabilité du filtre variant dans le temps n'est pas directement liée à celle des filtres  $H_n(z)$  associés aux réponses impulsionnelles  $h_{n,i}$ . En effet, la stabilité de  $H_n(z)$  s'écrit

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} |h_{n,i}| < \infty$$

ce qui n'est pas du tout la condition de stabilité donnée par l'Eq. (2.20). En particulier:

- Il ne suffit pas que tous les filtres  $H_n(z)$  soient stables pour que la condition Eq. (2.20) soit vérifiée. Un contre-exemple très simple est la série de filtres  $H_n(z)$  de réponses impulsionnelles

$$h_{n,i} = \delta_{n+i}$$

On a bien  $\sum_{i=-\infty}^{\infty} |h_{n,i}| = 1 < \infty \forall n$ , mais  $\sum_{i=-\infty}^{\infty} |h_{i,n-i}|$  ne converge pas pour  $n = 0$ .

- De même, on peut facilement trouver des filtrages variant dans le temps BIBO-stables tel qu'à chaque instant,  $H_n(z)$  est instable. Prendre par exemple

$$h_{n,i} = \frac{1}{n^2} \quad \forall i \quad \text{si} \quad n \neq 0, \quad h_{0,i} = 0 \quad \forall i$$

On a alors

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} |h_{n,i}| = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \infty \quad \text{mais} \quad \sum_{i=-\infty}^{\infty} |h_{i,n-i}| = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{3}$$

On le voit, la stabilité d'un filtrage variant dans le temps est une affaire compliquée!

### Cas des filtres à fonction de transfert rationnelle

Comme on l'a vu plus haut, tout filtre interpolé à partir de deux cellules du second ordre stables est stable, mais le filtrage par une cellule du second ordre variant dans le temps peut engendrer une sortie non bornée.

Plus généralement, pour un filtrage ARMA variant dans le temps ( $H_n(z) = \frac{B_n(z)}{A_n(z)}$ ), on montre (voir [Grenier 84], annexe 8) que le filtrage est stable si pour tout instant  $n$ , le filtre  $1/\tilde{A}_n(z)$  avec

$$\tilde{A}_n(z) \triangleq 1 + a_{n,1}z^{-1} + a_{n+1,2}z^{-2} + a_{n+2,3}z^{-3} + \dots + a_{n+p-1,p}z^{-p}$$

a tous ses pôles strictement à l'intérieur du cercle unité. Comme précédemment,  $a_{n,i}$  est le  $i$ ème coefficient du filtre  $H_n(z)$ . Ce filtre est appelé le *filtre tangent* à  $A_n(z)$  à l'instant  $n$ . Il diffère du filtre  $A_n(z)$  car son premier coefficient est celui de  $A_n(z)$ , son second celui de  $A_{n+1}(z)$  etc...

Ainsi, pour une cellule du second ordre variant dans le temps, la stabilité est caractérisée par un triangle comparable à celui de la figure Fig. 2.4 où  $a_1$  est remplacé par  $a_{n,1}$  et  $a_2$  est remplacé par  $a_{n,2}$ . On remarquera que pour une cellule du second ordre *dont les pôles sont complexes-conjugués*, la stabilité à l'instant  $n$  se caractérise simplement par  $a_{n,2} < 1$ , et donc si cette condition est vérifiée quel que soit  $n$ , le filtrage variant dans le temps est également stable (car  $1/\tilde{A}_n(z)$  est stable).

## 2.6 Problèmes pratiques d'implémentation

Le filtrage numérique est implémenté en pratique sur des processeurs à virgule fixe ou flottante, mais dont la précision numérique est bornée par le nombre de bits utilisés pour représenter les signaux et les paramètres des filtres. On se heurte en pratique à deux problèmes distincts:

1. Problèmes liés à la quantification des coefficients des filtres
2. Problèmes liés aux limites de précision des calculs et aux limites de représentation des résultats.

## 2.6.1 Quantification des coefficients et position des pôles

### Sensibilité des positions des pôles

Bien que les racines d'un polynômes varient continûment en fonction des coefficients du polynôme, il arrive souvent que les pôles soient mal conditionnés, c'est à dire qu'une très petite variation des coefficients entraîne une importante variation de la position des pôles.

Ainsi considérons un polynôme  $P(z)$  défini par

$$P(z) = a_0 + a_1 z^1 + a_2 z^2 + \dots + z^p = \prod_{i=1}^p (z - z_i)$$

on a immédiatement

$$\frac{\partial P(z)}{\partial a_i} = z^i = \sum_{k=1}^p \frac{\partial P(z)}{\partial z_k} \frac{\partial z_k}{\partial a_i} \quad \text{et} \quad \frac{\partial P(z)}{\partial z_i} = - \prod_{j \neq i} (z - z_j)$$

Cette dernière équation évaluée en  $z = z_j$  donne finalement

$$z_j^i = \left( \frac{\partial P(z)}{\partial a_i} \right)_{z=z_j} = \sum_{k=1}^p \frac{\partial z_k}{\partial a_i} \left( \frac{\partial P(z)}{\partial z_k} \right)_{z=z_j} = \frac{\partial z_j}{\partial a_i} \left( \frac{\partial P(z)}{\partial z_j} \right)_{z=z_j} = - \frac{\partial z_j}{\partial a_i} \prod_{k \neq j} (z_j - z_k)$$

et donc

$$\frac{\partial z_j}{\partial a_i} = \frac{-z_j^i}{\prod_{k \neq j} (z_j - z_k)}$$

(2.21)

Ce qui donne l'expression de la sensibilité du pôle  $z_j$  par rapport aux variations du paramètre  $a_i$ . Il apparaît clairement que les problèmes se posent lorsque le dénominateur devient petit, c'est à dire lorsque les pôles sont proches les uns des autres. On remarque d'autre part que la dépendance par rapport à l'indice  $i$  n'intervient que par le degré de  $z_j$  au numérateur. Lorsque les pôles sont proches du cercle unité, la sensibilité (en module) du pôle  $z_j$  par rapport aux variations du paramètre  $a_i$  est approximativement la même pour tous les paramètres  $a_i$ .

### Quantification des paramètres

Les paramètres des filtres n'étant codés en pratique que sur un nombre de bits fini, ils ne peuvent prendre qu'un certain nombre de valeurs. Cette quantification des valeurs des paramètres entraîne une quantification des positions des pôles et des zéros du filtre: ceux-ci ne peuvent être placés qu'en un nombre fini d'endroits dans le plan complexe.

Prenons par exemple le cas de la cellule récursive du second ordre dans sa forme directe (aussi appelée transverse) (figure 2.15 à gauche). Si les deux pôles conjugués ont pour module  $r$  et argument  $\pm\theta$  nous avons vu que la fonction de transfert peut s'écrire

$$H(z) = \frac{1}{1 - 2rz^{-1} \cos(\theta) + r^2 z^{-2}} = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

nous avons donc  $a_1 = -2r \cos(\theta)$  et  $a_2 = r^2$ . Ainsi il apparaît clairement que si les paramètres  $a_1$  et  $a_2$  sont quantifiés uniformément, alors

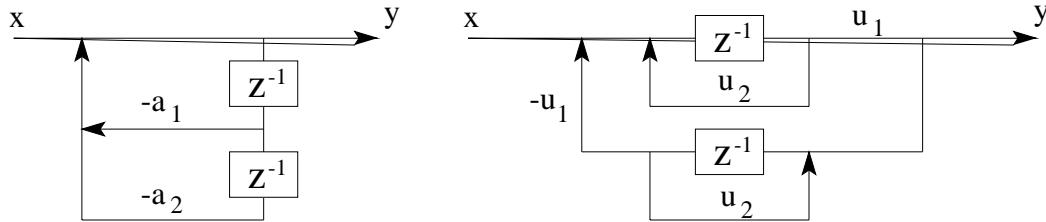


Figure 2.15: Cellule du second ordre: a gauche, implémentation directe. A droite, implémentation couplée.

1. le module-carré des pôles (et donc le module) est quantifié uniformément ( $a_2 = r^2$ )
2. la partie réelle des pôles est quantifiée uniformément ( $a_1 = -2r \cos(\theta)$ )

La figure 2.16 montre les positions possibles pour les pôles pour une quantification uniforme de  $a_1$  et  $a_2$  à 9 niveaux. On remarque que le quart de disque n'est pas 'couvert' de façon uniforme (peu de pôles au voisinage de l'axe réel). De plus, la quantification uniforme de  $a_1$  et  $a_2$  est mal adaptée à la géométrie du domaine de stabilité du filtre (triangle de stabilité Fig. 2.4) puisqu'une grande partie des couples  $(a_1, a_2)$  correspondent à des filtres instables.

Dans l'implémentation dite 'couplée' (figure 2.15 à droite), la fonction de transfert du filtre en fonction de  $u_1$  et  $u_2$  est donnée par:

$$H(z) = \frac{u_1 z^{-1} - u_1 u_2 z^{-2}}{1 - 2u_2 z^{-1} + (u_1^2 + u_2^2)z^{-2}}$$

et les paramètres  $u_1$  et  $u_2$  peuvent être reliés aux pôles par

$$u_1 = r \sin(\theta) \quad \text{et} \quad u_2 = r \cos(\theta)$$

par conséquent si  $u_1$  et  $u_2$  sont quantifiés, les pôles ne peuvent prendre qu'un nombre fini de positions, données sur la figure 2.16 à droite. Ici aussi, la quantification uniforme des coefficients est inadaptée au domaine de stabilité du filtre. De ce point de vue, la structure en treillis permet, avec une quantification uniforme des coefficients  $k_1$  et  $k_2$  de couvrir la totalité du domaine de stabilité (puisque celui-ci est un carré dans le plan  $k_1$   $k_2$ ). On voit que le choix d'une structure de réalisation du filtre doit tenir compte de la quantification des positions des pôles.

On retiendra les résultats généraux suivants:

- Il est en général déconseillé d'implémenter un filtre d'ordre élevé sous la forme directe car la quantification des coefficients a de fortes répercussions sur les positions des pôles (Eq. 2.21).
- Les filtres réalisés par mise en série ou en parallèle de cellules du second ordre sont beaucoup moins sensibles à la quantification des coefficients que sous la forme directe.
- Les filtres en treillis sont également peu sensibles à la quantification des coefficients de réflexion [Markel 75a].

On en conclut qu'en présence d'un filtre d'ordre élevé, on a intérêt en pratique à décomposer la fonction de transfert en cellules d'ordre inférieur, mises en parallèle ou en série.

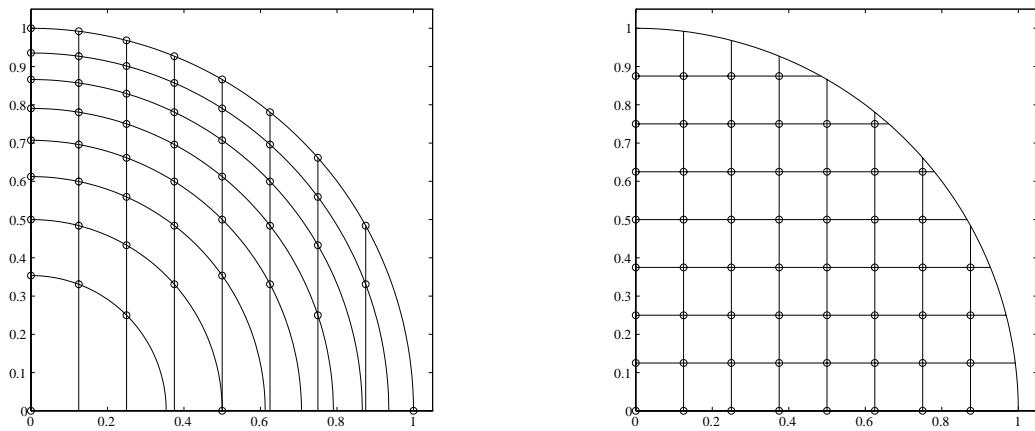


Figure 2.16: Positions des pôles pour une quantification des paramètres d'une cellule du second ordre sous la forme directe (à gauche) et couplée (à droite).

### 2.6.2 Bruit de calcul et dépassement dans les filtres

Les filtres numériques nécessitent des additions et des multiplications qui introduisent des erreurs dues à la troncature des résultats: en effet, deux nombres codés chacun sur 16 bits et multipliés entre eux donnent un résultat sur 32 bits. Ce résultat est généralement tronqué ou arrondi à 16 bits. Cette opération introduit un bruit généralement appelé ‘bruit de calcul’. Ce bruit n’affecte au départ que le bit de poids le plus faible mais en se propageant dans le filtre, il peut être amplifié et devenir audible, ce qui doit être évité dans les applications de haute fidélité.

Pour évaluer l’importance de ce bruit, on le modélise en général par un bruit blanc de variance  $\sigma^2$  décorrélé du signal et additionné au résultat d’une multiplication. Nous ferons donc les hypothèses suivantes:

1. Chaque opération de troncation ou d’arrondi est représenté par un bruit additif  $e_i(n)$  de variance  $\sigma_i^2$ .
2. Les signaux  $e_i(n)$  sont blancs, décorrélés de l’entrée du filtre, et non-corrélés entre eux.
3. Chaque signal  $e_i(n)$  est injecté à l’endroit où est effectué une troncature ou un arrondi.

Si  $q$  est le pas de quantification des échantillons du signal, nous avons

$$\sigma_i^2 = \frac{q^2}{12}$$

qu’il y ait troncature ou arrondi, mais

$$E(e(n)) = 0 \quad \text{pour l’arrondi} \quad (2.22)$$

$$E(e(n)) = -\frac{q}{2} \quad \text{pour la troncature} \quad (2.23)$$

La figure 2.17 montre comment est modélisé le bruit de calcul pour un filtre  $B(z)/A(z)$  implémenté sous la forme ‘directe I’ puis ‘directe II’. Deux bruits de calcul dans la forme

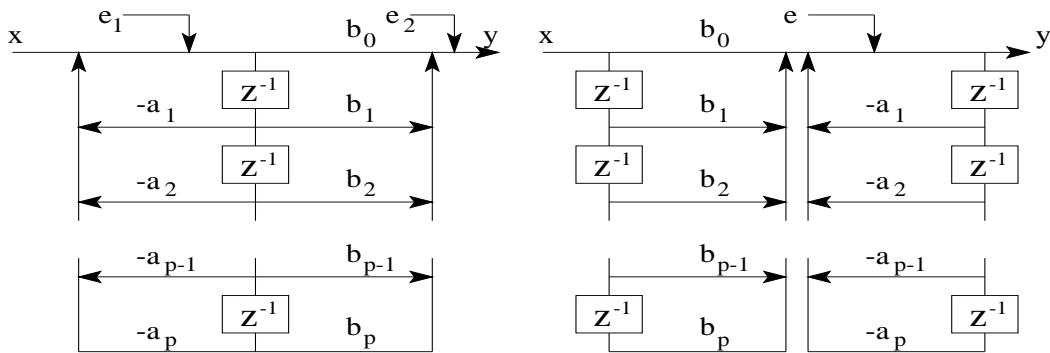


Figure 2.17: Filtre  $B(z)/A(z)$  implémenté sous la forme ‘directe I’ (à droite) puis ‘directe II’ (à gauche). Le bruit de calcul est modélisé par les signaux  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e$

‘directe II’ (à gauche) sont introduits, l’un ( $e_1$ ) globalement après multiplication par les  $a_i$ , l’autre ( $e_2$ ) après multiplication par les  $b_i$ , c’est à dire directement en sortie du filtre. Dans la forme ‘directe I’ (à droite) les résultats des multiplications par les  $a_i$  et les  $b_i$  peuvent être accumulés dans un seul registre puis tronqués (ou arrondis): une seule source de bruit ( $e$ ) est alors introduite.

Il apparaît clairement que chaque source de bruit va être filtrée par une partie du filtre, en fonction de l’endroit où elle est introduite. Par exemple, dans la forme ‘directe II’ (à gauche),  $e_1$  est introduit à l’entrée du filtre et donc subira l’effet de  $B(z)/A(z)$  alors que  $e_2$ , introduit à la sortie du filtre ne subit aucun filtrage. Dans la forme ‘directe I’ (à droite) le bruit  $e$  est introduit après le filtrage par les  $b_i$  et ne subit donc que l’effet de la partie  $1/A(z)$ .

On obtient donc en sortie les sommes des bruits de calcul filtrés par des ‘sous-filtres’ du filtre original.

Il est alors facile de voir que puisque les sources de bruit  $e_i(n)$  sont décorrélées entre elles, et décorrélées du signal d’entrée (et donc du signal en sortie), la puissance du bruit en sortie du filtre est la somme des puissances de chaque source de bruit, après passage dans le sous-filtre correspondant. Si l’on note  $H_i(z)$  le sous-filtre correspondant au bruit  $e_i(n)$  (c’est à dire la fonction de transfert entre le point où le bruit est introduit et la sortie du filtre) il est facile de voir que la puissance totale  $\sigma_s^2$  des bruit de calcul en sortie est

$$\sigma_s^2 = \sum_{i=1}^I \sigma_i^2 K_i^2$$

où  $K_i$  représente le gain non-cohérent du filtre  $H_i(z)$  comme il a été défini au paragraphe 2.4.1. Soit encore

$$\sigma_s^2 = \sum_{i=1}^I \sigma_i^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_i^2(n) = \sum_{i=1}^I \sigma_i^2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} |H_i(f)|^2 df$$

où  $h_i(n)$  représente la réponse impulsionnelle du filtre  $H_i(z)$ .

**Exemple: structures directes** Pour un filtre  $B(z)/A(z)$  implémenté sous la forme directe I ou II nous avons:

$$\sigma_s^2 = \frac{q^2}{12} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{|A(f)|^2} df \quad \text{Pour la forme directe I} \quad (2.24)$$

$$\sigma_s^2 = \frac{q^2}{12} \left( 1 + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left| \frac{B(f)}{A(f)} \right|^2 df \right) \quad \text{Pour la forme directe II} \quad (2.25)$$

puisque dans le premier cas, le bruit de calcul  $e$  subit l'action de  $1/A(z)$  seulement, alors que dans le second,  $e_2$  n'est pas filtré et  $e_1$  subit l'action de  $B(z)/A(z)$ . Ainsi le compromis entre les deux structures est :

- Pour la structure directe I, une seule source de bruit, mais filtrée par  $1/A(z)$  de gain non-cohérent éventuellement élevé.
- Pour la structure directe II, deux sources de bruit, l'une non-filtrée, l'autre filtrée par  $B(z)/A(z)$ .

Il n'est pas possible de dire en général quelle structure permet d'obtenir le plus petit bruit de calcul, car celui-ci dépend des paramètres du filtre. Par exemple, si le filtre  $1/A(z)$  a des pôles très proches du cercle unité, bien que  $B(z)/A(z)$  ait un gain non-cohérent relativement faible (par exemple si les zéros de  $B(z)$  sont proches des pôles de  $1/A(z)$ ), alors la structure directe I va considérablement amplifier le bruit  $e$ , alors que la structure directe II produira un bruit de calcul faible. Un exemple de ce type est donné sur la Fig. 2.18. Le filtre est un filtre passe-bande dont les pôles sont proches du cercle unité (figure de gauche). La fonction de transfert de la partie  $1/A(z)$  est jusqu'à 80dB au dessus de celle du filtre complet  $B(z)/A(z)$ . En revanche, si les pôles sont éloignés du cercle unité, le gain non-cohérent de  $1/A(z)$  n'est

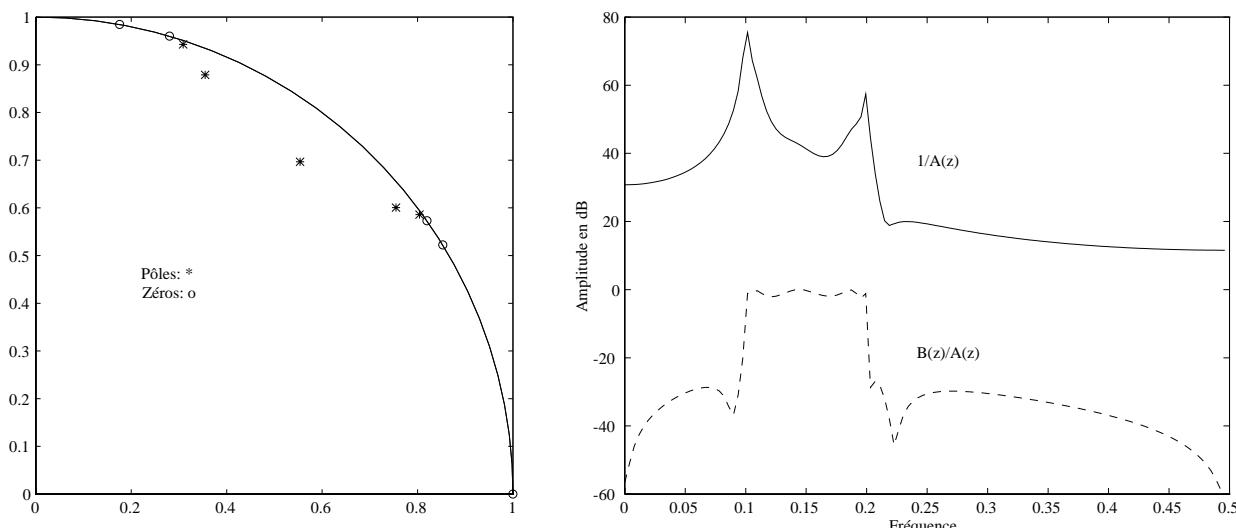


Figure 2.18: Filtre passe-bande. A gauche, les pôles ‘\*’ et les zéros ‘o’ sont proches du cercle unité. A droite, réponse en fréquence du filtre complet  $B(z)/A(z)$  (pointillés) et de la partie  $1/A(z)$  (traits pleins). Le gain cohérent du filtre complet est -7dB et celui de la partie  $1/A(z)$  est de 56dB.

pas élevé, de sorte que la structure directe I est plus avantageuse que la structure directe II.

**Exemple: structures cascade** La structure en cascade est donnée à la figure 2.19. On voit que la fonction de transfert est décomposée sous la forme d'un produit de cellules du second

ordre.

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \prod_{i=1}^p \frac{b_0^i + b_1^i z^{-1} + b_2^i z^{-2}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2}} = \prod_{i=1}^p \frac{B_i(z)}{A_i(z)} \quad (2.26)$$

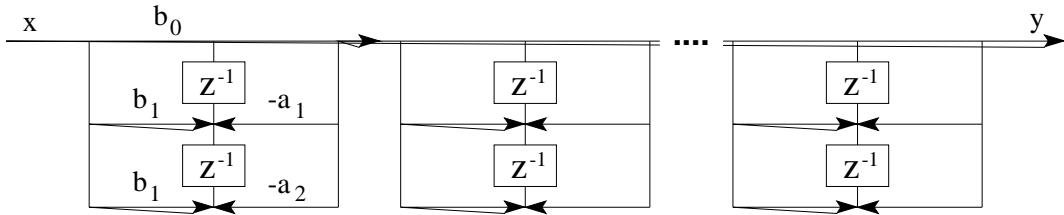


Figure 2.19: Filtre  $B(z)/A(z)$  implémenté sous la forme cascade

La même étude que précédemment permet d'évaluer le bruit de calcul en sortie: chaque cellule du second ordre introduit un bruit de calcul qui est filtré par  $1/A_i(z)$  puis par les cellules en aval. Ainsi le bruit de calcul à la cellule d'indice  $i$  de variance  $\sigma_i^2$  devient en sortie:

$$\sigma_{is}^2 = \sigma_i^2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{|A_i(f)|^2} \prod_{k=i+1}^p \left| \frac{B_k(f)}{A_k(f)} \right|^2 df$$

et le bruit de calcul total en sortie est la somme des bruits dus à chaque cellule. Ces bruits étant indépendants, nous avons en supposant que tous les bruits de calcul ont la même variance ( $\sigma_i^2 = \sigma^2$ )

$$\sigma_s^2 = \sum_{i=1}^p \sigma_{is}^2 = \sigma^2 \sum_{i=1}^p \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{|A_i(f)|^2} \prod_{k=i+1}^p \left| \frac{B_k(f)}{A_k(f)} \right|^2 df \quad (2.27)$$

On voit que pour minimiser la puissance du bruit de calcul en sortie, on peut:

1. Minimiser chaque terme  $\left| \frac{B_k(f)}{A_k(f)} \right|^2$ .
2. Ordonner les cellules pour que le terme  $\left| \frac{B_k(f)}{A_k(f)} \right|^2$  le plus important ne soit pris en compte qu'une fois, et ainsi de suite.

Pour minimiser chaque terme  $\left| \frac{B_k(f)}{A_k(f)} \right|^2$ , on a le choix d'associer à un pôle n'importe quel zéro pour obtenir chaque cellule du second ordre (en effet, l'équation 2.26 montre que les numérateurs peuvent être permuts sans changer la fonction de transfert du filtre). L'étude exhaustive de toutes les permutations possibles est clairement trop lourde pour être faite systématiquement. On utilise en pratique la méthode suivante: on associe un pôle très résonant (responsable d'une forte valeur du gain) au zéro le plus proche possible, ce qui a pour effet de diminuer le gain de la cellule. Ainsi, on classe les pôles par module décroissant, et on associe à chaque pôle le zéro qui lui est le plus proche. Bien que sous-optimale, cette méthode permet cependant d'obtenir de bons résultats.

Enfin on remarque dans l'équation 2.27 que la cellule d'indice  $i = 1$  n'apparaît qu'une fois, celle d'indice  $i = 2$  apparaît 2 fois etc. Pour minimiser l'intégrale, on a intérêt à placer la cellule de plus fort gain en premier, afin qu'elle n'apparaisse qu'une fois et ainsi de suite.

**Dynamique et facteurs d'échelle.** Dans une implémentation d'un filtre, il est nécessaire de faire en sorte que les calculs intermédiaires ne dépassent pas la dynamique maximum. Cela peut représenter un problème important lorsque les cellules qui constituent le filtre présentent de fortes résonances. Ainsi dans la structure en cascade (figure 2.19) il est important que les signaux en sortie de chaque cellule ne dépassent pas la dynamique maximale. On voit clairement que l'on peut introduire des gains multiplicatifs  $g_i$  entre chaque cellule du second ordre sans changer la fonction de transfert, pourvu que le produit des gains soit égal à 1. C'est généralement ce que l'on fait en pratique. Il faut cependant remarquer que les gains  $g_i$  affectent également le bruit de calcul, et que par conséquent, les gains les plus faibles ont intérêt à être placés près de la sortie du filtre. On procède de la façon suivante:

On fait précéder chaque cellule du second ordre par un gain  $g_i$  de telle sorte que le ‘niveau’ maximal du signal en sortie de la cellule soit juste au maximum de la dynamique. Le dernier gain est placé en sortie du filtre de façon que  $\prod_{i=1}^{p+1} g_i = 1$ .

Pour mesurer le ‘niveau’ maximal du signal en sortie de chaque cellule, on peut recourir à plusieurs méthodes:

En théorie, il faut utiliser le niveau instantané  $\max_n |y_n|$  car un dépassement de ce niveau entraînerait un écrêtage du signal. Pour s’assurer que le niveau max en sortie  $\max_n |y_n|$  est inférieur à la dynamique  $M$  pour une entrée inférieure à la dynamique, il faut et il suffit que

$$g_i \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_n| \right) \leq 1$$

où  $h_i$  représente la réponse impulsionnelle de la cellule. Cette condition, qui correspond à la norme  $L_1$  donne en pratique une estimation très ‘conservatrice’ du niveau maximal du signal en sortie (le niveau de sortie max n'est en pratique jamais atteint, bien qu'en théorie cela soit possible).

Une autre façon de procéder consiste à dire que le niveau en sortie correspondant à une sinusoïde d'amplitude égale à la dynamique maximale en entrée doit être inférieur à la dynamique maximale. On voit facilement que cela n'est vérifié que si

$$g_i \left( \max_{0 \leq f \leq 1} |H(f)| \right) \leq 1$$

Une troisième façon de procéder consiste à s'assurer que pour un bruit blanc en entrée, l'énergie de la sortie du filtre est inférieure à celle de l'entrée. Cela correspond à imposer au gain non-cohérent du filtre d'être inférieur à 1:

$$g_i^2 \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_n|^2 \right) \leq 1$$

On montre facilement que le premier critère implique le deuxième, qui implique le troisième. On pourra consulter [Massie 93, Oppenheim 89] pour plus d'information sur ce sujet.

## 2.7 Bibliographie du chapitre 2

[Delmas 91] J. P. Delmas. *Eléments de théorie du Signal: les signaux déterministes*. Ellipse, Paris, 1991.

[Gray 75] A. H. Gray and J. D. Markel. A normalized digital filter structure. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 23 (3), pp. 268–277, Jun 1975.

[Grenier 84] Y. Grenier. *Modélisation de signaux non-stationnaires*. PhD thesis, Université d'Orsay, Oct 1984. Doctorat d'état.

[Laroche 94] J. Laroche and J.L. Meillier. Multichannel excitation/filter modeling of percussive sounds with application to the piano. *IEEE Trans. Speech and Audio Processing*, vol. 2 (2), pp. 329–344, Apr 1994.

[Makhoul 75] J. Makhoul. Linear prediction: A tutorial review. *Proc. IEEE*, vol. 63 (11), pp. 1380–1418, Nov 1975.

[Markel 73] J. D. Markel and A. H. Gray. On autocorrelation equations as applied to speech analysis. *IEEE Trans. Audio and Electroacoust.*, vol. AU-21 (2), pp. 69–79, Apr 1973.

[Markel 75a] J. D. Markel and A. H. Gray. Fixed point implementation algorithms for a class of orthogonal polynomial filter structures. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 23, pp. 486–494, Oct 1975.

[Markel 75b] J. D. Markel and A. H. Gray. Roundoff noise characteristics of a class of orthogonal polynomial structures. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 23, pp. 473–486, Oct 1975.

[Markel 76] J. D. Markel and A. M. Gray. *Linear prediction of speech*. Springer-Verlag, Berlin, 1976.

[Massie 93] D. C. Massie. An engineering study of the four-multiply normalized ladder filter. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 41 (7-8), pp. 564–582, jul-aug 1993.

[Meillier 93] J.L. Meillier. *Analyse/synthèse de Signaux Percussifs par modèle source filtre*. PhD thesis, Télécom Paris, France, 1993.

[Oppenheim 89] A. V. Oppenheim and R. W. Schafer. *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.

[Picinbono 89] B. Picinbono. *Théorie des signaux et des systèmes avec problèmes résolus*. Collection Pédagogique de Télécommunication. Dunod, Paris, 1989.

[Potard 86] Y. Potard, P. F. Baisnée, and J. B. Barrière. Experimenting with models of resonance produced by a new technique for the analysis of impulsive sounds. *Proc. of International Computer Music Conference*, 1986.



# Chapitre 3

## La détection de la fréquence fondamentale

### 3.1 Problème posé

La définition de la fréquence fondamentale, évidente dans le cas d'un signal périodique, l'est beaucoup moins dans le cas général des signaux réel. Les signaux rencontrés en pratique sont au mieux "presque" périodiques, notion elle même difficile à bien définir. On se placera la plupart du temps dans le cas idéal d'un signal strictement périodique, en sachant que ce cas d'école est d'un intérêt limité puisque d'une part il ne se rencontre jamais en pratique, d'autre part la détection de la fréquence fondamentale dans ce cas est extrêmement simple! Pour tout ce qui suit, on pourra se référer à [Hess 83b], [Markel 76] ou [Hess 83a].

### 3.2 Rappel: les notions d'harmoniques et de formants

Un signal strictement périodique de période  $T_0$  lorsqu'il est observé sur un grand nombre de périodes possède un spectre formé de raies régulièrement espacées, les harmoniques, séparées par un intervalle de  $1/T_0$ , et d'amplitudes différentes les unes des autres. Il est toujours possible de décomposer ce spectre en deux composantes *multiplicatives*:

1. Un spectre de raies plat (un peigne fréquentiel où les raies sont espacées de  $1/T_0$ )
2. Une "enveloppe" spectrale multiplicative qui est définie à chaque harmonique par l'amplitude de l'harmonique dans le signal original.

La première composante correspond temporellement à une série d'impulsions de Dirac espacées de  $T_0$ . Cette composante seule retient l'information sur la fréquence du signal.

La seconde composante peut être considérée comme la fonction de transfert en amplitude d'un filtre. Elle contient l'information sur le timbre du signal. Ses maxima d'amplitude sont appelés les formants.

Le signal est donc modélisé par le filtrage d'une série d'impulsions de dirac. Ainsi, (Fig. 3.1) pour un signal périodique, on peut distinguer les harmoniques (chaque raie de son spectre) et les formants (les endroits du spectre où les harmoniques ont une amplitude localement maximale). Bien que pour un signal donné la réponse en fréquence du filtre ne soit connue

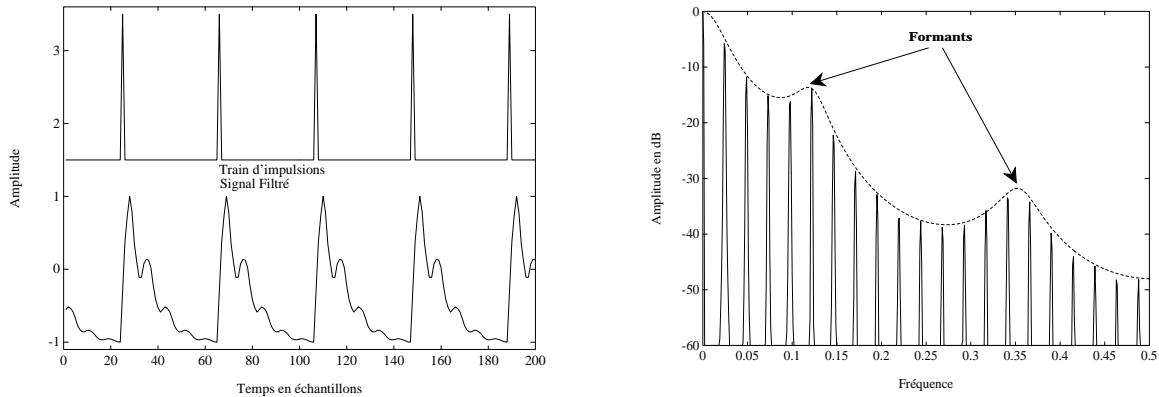


Figure 3.1: A gauche: train d'impulsions, avant (en haut) et après (en bas) filtrage. A droite: spectre du signal filtré, et en pointillé réponse en amplitude du filtre.

qu'aux harmoniques, elle peut être extrapolée (ne serait-ce que si la fréquence fondamentale varie). Ses maxima, les formants, ne correspondent en général pas avec les harmoniques. Il est important de bien différencier ces deux notions.

### 3.3 Méthodes à court terme

#### 3.3.1 Techniques de corrélation

##### AMDF, Average Magnitude Difference Function

Pour mesurer la similarité entre deux périodes du signal, on peut utiliser la formule suivante qui définit l'AMDF:

$$AMDF(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=0}^{N-k-1} |x_n - x_{n+k}| \quad (3.1)$$

Si le signal est parfaitement périodique de période  $T_0$ ,  $AMDF(i \times T_0)$  est bien sûr nul.  $AMDF(k)$  peut être vu comme la mesure de l'amplitude absolue en sortie d'un filtre RIF  $H_k$  dont la réponse impulsionale est:

$$h_n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ -1 & n = -k \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Ce filtre est communément appelé un filtre en peigne ou ‘comb filter’ en raison de sa réponse en fréquence en forme de peigne: On a  $H(z) = 1 - z^k$  ce qui montre que le filtre s'annule pour toutes les fréquences multiples de  $1/k$ .

En filtrant le signal par les filtres correspondant à différentes valeurs de  $k$ , et en évaluant l'amplitude en sortie, on peut déterminer la valeur de  $k$  qui fournit la sortie la plus faible, et la retenir comme valeur de la période.

Cette méthode a surtout été utilisée pour sa simplicité numérique (pas de multiplication) lorsque les processeurs de traitement du signal savaient surtout faire des additions! Mais elle

se révèle très sensible au bruit. C'est l'une des plus anciennes méthodes de détection de la fréquence fondamentale.

## Autocorrélation

L'utilisation de l'autocorrélation pour la détection de la fréquence fondamentale est très classique en traitement de la parole. Pour un signal  $x_n$ , la fonction d'autocorrélation  $\hat{r}(k)$  est définie par:

$$\hat{r}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=0}^{N-k-1} x_n x_{n+k} \quad (3.2)$$

où le paramètre  $N$  contrôle l'horizon sur lequel est calculée la fonction. On définit également la fonction d'autocorrélation normalisée  $\bar{r}(k)$  par

$$\bar{r}(k) = \frac{\sum_{n=0}^{N-k-1} x_n x_{n+k}}{\left(\sum_{n=0}^{N-k-1} x_n^2\right)^{1/2} \left(\sum_{n=0}^{N-k-1} x_{n+k}^2\right)^{1/2}} \quad (3.3)$$

Les deux fonctions d'autocorrélation ci-dessus vérifient les propriétés:

- Si  $x_n$  est périodique,  $\hat{r}(k)$  et  $\bar{r}(k)$  le sont aussi, avec la même période.
- $\bar{r}(k) \leq \bar{r}(0) = 1 \quad \forall k$  l'égalité n'ayant lieu que si  $x_n = \alpha x_{n+k} \quad \forall 0 \leq n < N - k$ .

Ces deux propriétés impliquent que pour un signal périodique, la fonction d'autocorrélation possède des pics aux multiples de  $T_0$ . De plus, la fonction d'autocorrélation normalisée donne une estimation du 'degré de périodicité' du signal: une valeur  $\max_k \bar{r}(k)$  proche de 1 indique que le signal est très périodique (dans un sens 'large':  $x_n = \alpha x_{n+k}$  avec  $\alpha$  éventuellement différent de 1).

L'estimation de la fréquence fondamentale du signal peut donc être faite par le calcul de l'autocorrélation (de préférence normalisée), suivi d'une recherche de maximum.

Un problème fréquemment rencontré est celui du doublement de période où le pic situé à  $2T_0$  possède une amplitude supérieure à celui situé à  $T_0$ , ce qui conduit à estimer une fréquence fondamentale moitiée de la fréquence fondamentale réelle (erreur d'octave). C'est un type d'erreur qui affecte pratiquement toutes les méthodes d'estimation du fondamental.

Un autre problème de la fonction d'autocorrélation est qu'elle est sensible à l'influence des formants qui peuvent faire apparaître des maxima locaux proches de  $r(0)$ . Pour résoudre ce problème, on peut pré-traiter le signal par des transformations non-linéaires représentées sur la Fig. 3.2:

**Clippage central** On applique au signal une transformation non linéaire dont la fonction de transfert est représentée à gauche sur la Fig. 3.2. Cela signifie que seuls les échantillons du signal d'amplitude suffisante sont conservés, les autres sont mis brutalement à zéro. Cette transformation a pour effet de diminuer considérablement l'influence des formants, sans altérer la fréquence du signal.

**Clippage central avec compression** La fonction de transfert non linéaire est représentée au centre sur la Fig. 3.2. Il y a, en plus du clippage, une compression du signal. Cette méthode de prétraitement se révèle plus efficace que la précédente pour les signaux de parole.

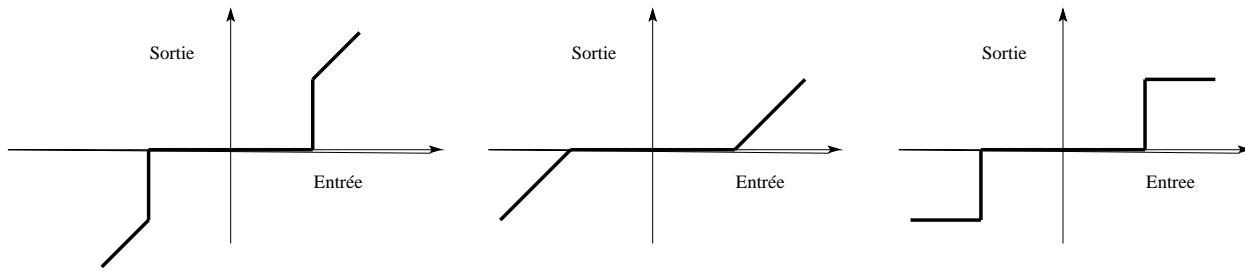


Figure 3.2: Fonctions de transfert non linéaires utilisées pour la détection de la fréquence fondamentale.

**Clipping central et écrêtage** La transformation non linéaire est représentée à droite sur la Fig. 3.2. Par sa simplicité de calcul (pas de multiplication ni d'addition) cette méthode a été longtemps préférée aux précédentes.

Le niveau de clipping est un important paramètre qu'il faut régler avec soin. On prend en général des valeurs variant entre 70% et 80% de l'amplitude maximale du signal [Hess 83b]. L'idée qui motive ces techniques de clipping est la nécessité de rendre plat le spectre du signal avant de tenter de détecter le fondamental. Nous verrons par la suite d'autres méthodes utilisées pour arriver à ce résultat.

Le calcul de la fonction d'autocorrélation nécessite un grand nombre de calculs. On peut néanmoins économiser de façon significative en notant que

$$\hat{r}_c(k) = \text{FFT}^{-1}(|\text{FFT}(x)|^2) \quad \text{où} \quad \hat{r}_c(k) = \sum_{n=0}^N x_n x_{<n+k>}$$

où les indices sont pris modulo  $N$ .  $\hat{r}_c$  est l'autocorrélation *circulaire* du signal (car les indices sont pris modulo  $N$ ). Cette autocorrélation diffère en général de l'autocorrélation non-circulaire qui est celle qui nous intéresse (équation 3.2). Moyennant quelques précautions sur la longueur  $N$  de la FFT, il est possible d'utiliser la FFT pour obtenir les  $K$  premières valeurs de la fonction d'autocorrélation linéaire. En effet, pour  $N$  donné, il est facile de voir qu'en prolongeant les  $N$  échantillons du signal par  $K$  valeurs nulles, et en faisant la FFT sur  $N + K$  points, les  $K$  premières valeurs de l'autocorrélation circulaire  $\hat{r}_c(k)$  et de l'autocorrélation linéaire sont égales, au facteur de normalisation  $1/(N - k)$  près. On vérifie que pour des grandes valeurs de  $N$ , il est plus intéressant d'utiliser la transformée de Fourier que la formule directe.

On peut montrer enfin que pour un signal stationnaire et pour  $N$  assez grand, l'AMDF et la fonction de corrélation sont liés:

$$\text{AMDF}(k) = b(k) \sqrt{2(r(0) - r(k))}$$

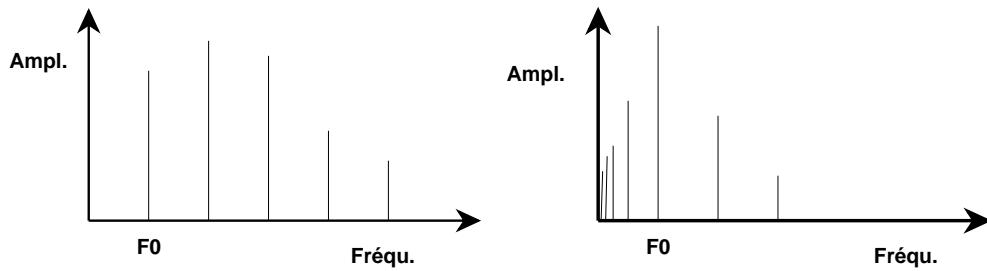
où  $b(k)$  varie lentement avec  $k$ .

### 3.3.2 Techniques fréquentielles

#### Histogramme harmonique

Pour déterminer la fréquence du signal, on travaille cette fois dans le domaine spectral. Pour cela, on procède en plusieurs étapes:

1. La première étape consiste à calculer la transformée de Fourier du signal sur une fenêtre de longueur donnée.
2. Cette étape est suivie par une détection de pics destinée à localiser les harmoniques présentes dans le signal.
3. Enfin à partir des pics obtenus, on forme un histogramme des fondamentaux possibles: on divise chaque fréquence par 2, 3, 4, etc... et on ajoute leurs contributions, avec ou sans pondération.



Ainsi, le fondamental est le seul à recueillir les contributions de toutes les harmoniques présentes, l'harmonique 2 ne recueillant que celles des harmoniques paires etc... Les sous-multiples du fondamental recueillent également quelques contributions, mais dans une moindre mesure. Au total, l'histogramme possède un pic prononcé à la fréquence fondamentale.

### Sommes et produits spectraux

Une généralisation de l'histogramme permet de se débarrasser de l'étape gênante de la détection de pics. On calcule alors directement deux fonctions appelées la somme et le produit spectral.

**Somme spectrale:** La somme spectrale est définie par:

$$S(\omega) = \sum_{k=1}^K |X(e^{jk\omega})|^2 \quad \text{pour } \omega < \frac{\pi}{K} \quad (3.4)$$

**Produit spectral:** Le produit spectral est défini par:

$$P(\omega) = \prod_{k=1}^K |X(e^{jk\omega})|^2 \quad \text{pour } \omega < \frac{\pi}{K} \quad (3.5)$$

On voit que le principe est le même que celui de l'histogramme. Le spectre est compressé par un facteur  $k$ , puis les spectres obtenus sont ajoutés ou multipliés. Le fondamental se trouve ainsi considérablement renforcé, et apparaît alors sous la forme d'un pic prononcé facile à détecter.

Le produit spectral harmonique (et dans une moindre mesure la somme spectrale harmonique) sont parmi les méthodes les plus fiables. Malheureusement, elles font intervenir un nombre élevé de calculs, car le spectre doit être estimé avec précision. C'est la raison pour laquelle les méthodes temporelles leur ont été préférées jusqu'à présent.

Figure 3.3: Produit spectral d'un signal de parole

## Spectre à Q constant

Toujours dans le domaine spectral, il est possible de représenter le spectre non plus selon une échelle linéaire en fréquence, mais plutôt selon une échelle logarithmique. C'est le principe des analyses "à Q constant" (où Q désigne le facteur de qualité d'un filtre  $\Delta F/F$ ). L'avantage de cette méthode vient du fait qu'un spectre harmonique présente en échelle logarithmique une structure toujours identique, avec simplement un décalage de l'origine. Ses raies ne sont plus équidistantes, mais sont séparées de  $\log(2)$ ,  $\log(3/2)$ ,  $\log(4/3)$  etc... Ainsi leur structure est indépendante du fondamental dont la valeur se retrouve uniquement dans la position de la première raie (à  $\log(f_0)$ ).

Le calcul du spectre à Q constant peut être effectué de différentes manières (FFT, transformée en ondelette, etc...). L'intérêt principal de cette méthode vient du fait qu'il est possible de calculer un moins grand nombre de points qu'avec une simple FFT pour obtenir une résolution donnée. En effet, si la transformée de Fourier possède une résolution fréquentielle uniforme sur l'axe des fréquences, la transformée à Q constant possède une résolution variable, plus fine dans les basses fréquences, qui est mieux adaptée aux sons harmoniques. La référence [Brown 91] présente une méthode de calcul de transformée à Q constant.

## Cepstre

L'idée fondamentale derrière le cepstre est la suivante: Le signal périodique peut être considéré comme la convolution d'un train d'impulsions par un filtre amorti. Dans le domaine des fréquences, les spectres sont multipliés: en prenant le log du résultat, on obtient la somme des résultats indépendants. De cette façon, une convolution dans l'espace des temps correspond à une addition dans le domaine du cepstre: Si les deux spectres ont des caractéristiques différentes, il devient possible de les séparer. On définit le Cepstre complexe et le Cepstre par:

**Cepstre complexe:** Le cepstre complexe est obtenu en calculant la transformée de Fourier du signal, en prenant le logarithme complexe (voir plus loin) puis en prenant la transformée de Fourier inverse du résultat.

$$\hat{x}(n) = FFT^{-1}(\log(FFT(x_n))) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log(X(e^{j\omega})) e^{j\omega n} d\omega \quad (3.6)$$

**Cepstre:** Le cepstre est obtenu en calculant le logarithme réel du module:

$$C(n) = FFT^{-1}(\log(|FFT(x_n)|)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log(|X(e^{j\omega})|) e^{j\omega n} d\omega \quad (3.7)$$

Le logarithme d'un nombre complexe est défini de la façon suivante:

$$\log(z) = \log(|z|) + j \times \arg(z)$$

On voit que puisque l'argument d'un complexe est défini à  $2\pi$  près, le log d'un nombre complexe est défini à  $2j\pi$  près. Il est possible de définir la phase du complexe  $FFT(x_n)$  de façon à conserver la propriété d'"additivité" du logarithme:  $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$ . Ceci nous permettra dans la suite d'établir les propriétés importantes du cepstre complexe.

Le Cepstre vérifie les propriétés suivantes:

1. Le Cepstre complexe et le Cepstre sont des réels lorsque le signal est réel. Ce sont des signaux *temporel*.
2.  $C(n) = \frac{1}{2}(\hat{x}(n) + \hat{x}(-n))$ .
3. Le cepstre (réel ou complexe) de la convolution de deux signaux est la somme de leurs cepstres respectifs.
4. Si le signal possède une transformée en  $Z$  de la forme

$$X(z) = \frac{A \prod_{k=1}^{N0} (1 - a_k z^{-1}) \times \prod_{k=1}^{N1} (1 - b_k z)}{\prod_{k=1}^{D0} (1 - c_k z^{-1}) \times \prod_{k=1}^{D1} (1 - d_k z)} \quad \text{avec } |a_i| < 1, |b_i| < 1, |c_i| < 1, |d_i| < 1$$

avec pour domaine de convergence une couronne comprenant le cercle unité, son cepstre complexe s'écrit

$$\hat{x}(n) = \begin{cases} \log(A) & n = 0 \\ \sum_{k=1}^{D0} \frac{c_k^n}{n} - \sum_{k=1}^{N0} \frac{a_k^n}{n} & n > 0 \\ \sum_{k=1}^{D1} \frac{b_k^{-n}}{n} - \sum_{k=1}^{N1} \frac{d_k^{-n}}{n} & n < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

5. Le cepstre (réel ou complexe) de la réponse impulsionnelle d'un filtre causal peu résonant est localisé autour de zéro (car les complexes  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  et  $d_i$  ont un module peu proche de l'unité).
6. Le cepstre complexe de la réponse impulsionnelle d'un filtre en peigne  $H(z) = 1/(1 - c^K z^K)$  est un peigne d'impulsions d'amplitudes décroissantes localisées aux valeurs temporelles  $lK$  avec  $l > 0$ :

$$\hat{x}(n) = \begin{cases} \frac{K c^n}{n} & n = lK \quad \text{et} \quad 0 < l \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.9)$$

7. Un signal à phase minimale possède un Cepstre complexe nul à gauche de zéro.
8. Un signal à phase maximale possède un Cepstre complexe nul à droite de zéro.

Démonstrations:

- Les trois premières propriétés sont des conséquences immédiates des propriétés de la transformée de Fourier et de la définition du logarithme complexe.

- Pour montrer la quatrième propriété, il suffit de prendre le logarithme de la fraction rationnelle, et d'écrire le développement en série entière du log autour de 1.

$$\log(1 - \alpha z^{-1}) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n z^{-n}}{n}$$

où la série converge lorsque  $|\alpha z^{-1}| < 1$ . On obtient ainsi la transformée en  $Z$  du cepstre complexe, et par identification des termes en  $z^n$ , les échantillons  $\hat{x}(n)$ .

- La propriété 6 s'obtient en utilisant le résultat précédent avec  $a_k = b_k = d_k = 0$ , et  $c_k = c \exp(2j\pi k/K)$  pour  $0 \leq k < K$ .
- Les deux propriétés suivantes découlent de la définition des signaux à phase minimale, ou maximale, chap. 2.

Les remarques précédentes permettent d'appliquer la technique du cepstre à la détection de la fréquence fondamentale: Le signal est modélisé par un train d'impulsions filtré par un filtre "doux" (de réponse impulsionnelle suffisamment amortie). On peut considérer le train d'impulsion d'espacement  $K$  comme la réponse impulsionnelle d'un filtre en peigne  $H(z) = 1/(1 - cz^K)$  avec  $c$  proche de 1. D'après ce qui précède, le cepstre (réel ou complexe) du signal est la somme d'un train d'impulsions espacées de  $K$  (propriété 6) et du cepstre de la réponse impulsionnelle du filtre (propriété 3). Le filtre étant peu résonant, le cepstre de sa réponse impulsionnelle a un support temporel limité autour de zéro (propriété 5). Il devient donc aisément de différencier la contribution du filtre (l'aspect formantique) centré autour de  $n = 0$  et la période du signal, représentée par des pics espacés de  $T_0 = K$ . C'est la base de nombreux systèmes de détection du fondamental. Les méthodes Cepstrales présentent cependant un certain nombre de problèmes:

- Il est nécessaire d'appliquer au signal une fenêtre de pondération, ce qui dans le cas de fondamentaux de fréquence basse (faible nombre de périodes dans la fenêtre) atténue fortement les pics cepstraux.
- Si le signal possède peu d'harmoniques, son cepstre ne présente plus de pic à  $n = T_0$  (cas limite d'une sinusoïde).

Le cepstre permet également d'obtenir la version minimum-phase ou maximum-phase d'un signal, conformément aux propriétés vues ci-dessus. Le cepstre est utilisé non seulement en traitement de la parole, mais aussi en traitement du son (dé-réverbération) et en traitement d'image (amélioration du contraste).

### 3.3.3 Maximum de vraisemblance

On fait ici l'hypothèse que le signal observé  $a_n$  est la somme d'un signal purement périodique  $x_n$  de période  $P$  et d'un bruit gaussien blanc  $e_n$  de variance  $\sigma^2$ .

La densité de probabilité du signal observé en fonction du signal  $x_n$ , de  $P$  et de  $\sigma^2$  est:

$$p(a/x, P, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} (a_n - x_n)^2\right)$$

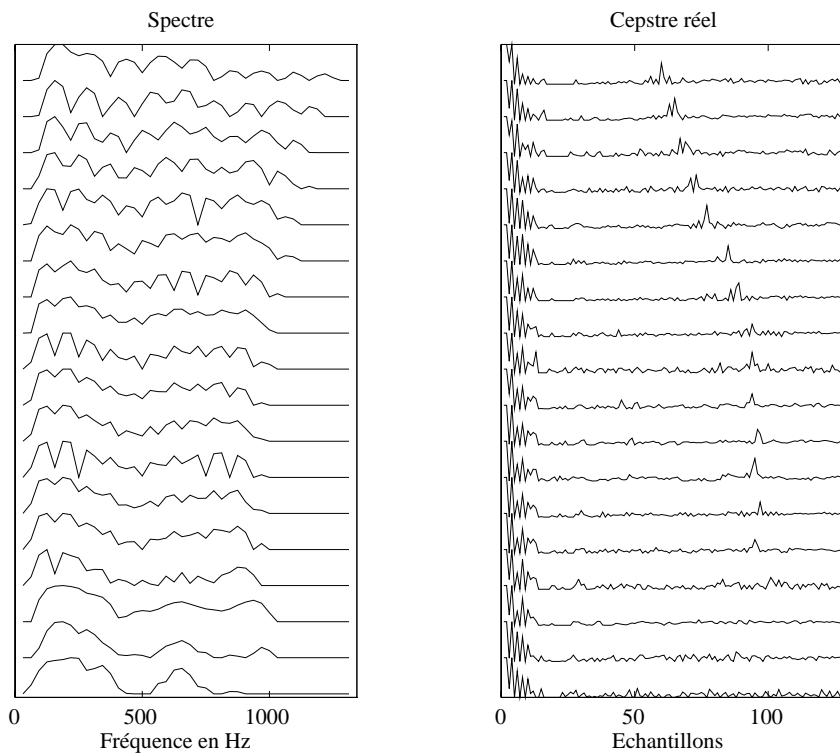


Figure 3.4: Spectre et cepstre réel de signaux de parole. Voix d'homme.

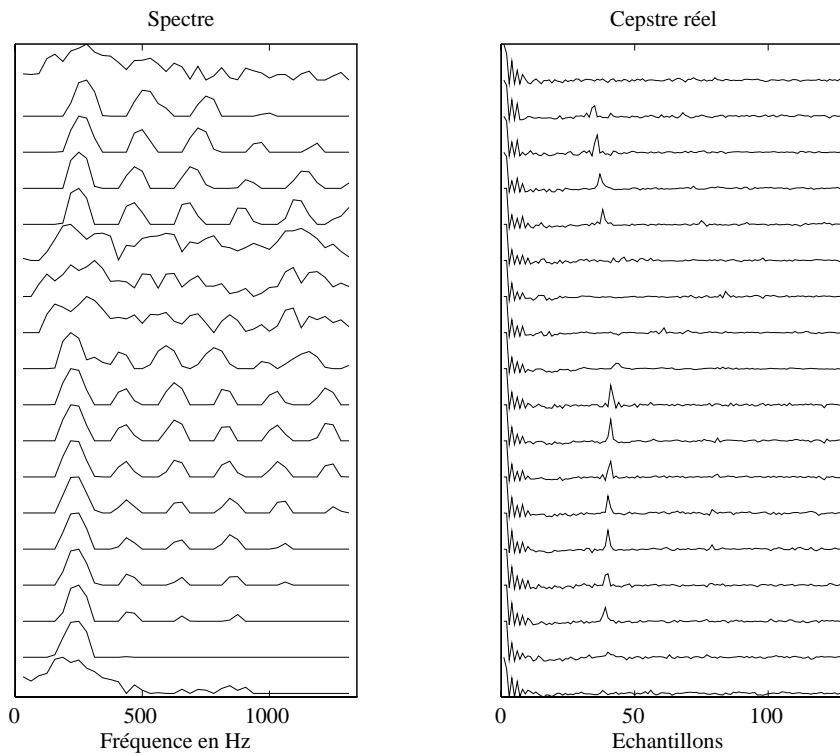


Figure 3.5: Spectre et cepstre réel de signaux de parole. Voix de femme.

où  $N$  est le nombre d'échantillons observés. La technique du maximum de vraisemblance consiste, connaissant les observations  $a_n$ , à trouver les paramètres  $x_n$ ,  $P$  et  $\sigma^2$  qui maximisent la probabilité d'observer  $a_n$ . Pour cela, la densité de probabilité est maximisée suivant  $x_n$ , puis  $\sigma^2$ , puis  $P$  [Wise 76].

La maximisation de  $p(a/x, Ps, \sigma^2)$  par rapport à  $x_n$ , en tenant compte du fait que  $x_n$  est périodique de période  $P$  donne:

$$\hat{x}_{n;P} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} a_{n+kP}$$

où  $K$  représente le nombre de périodes observées ( $N = KP$ ).

La maximisation de  $p(a/x, P, \sigma^2)$  par rapport à  $\sigma^2$  donne:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (a_n - \hat{x}_{n;P})^2$$

Finalement, maximiser par rapport à  $P$  revient à maximiser:

$$E(P) = \frac{1}{K} \left[ r_a(0) + 2 \sum_{k=1}^{K-1} r_a(k \times P) \right] \quad (3.10)$$

Ici,  $r_a(k)$  est la fonction d'autocorrélation définie plus haut. On voit que  $E(P)$  est une moyenne pondérée entre les valeurs de l'autocorrélation du signal aux multiples de  $P$ .

On trace donc  $E(P)$  pour différentes valeurs de  $P$ , puis on choisit le maximum de cette fonction. On note les propriétés suivantes:

- Si le signal est purement périodique de période  $T_0$ ,  $E(P)$  possède des pics régulièrement espacés et d'amplitude voisine.
- En revanche, si le signal n'est pas strictement périodique, les coefficients d'autocorrélation ne sont plus égaux à  $r_a(0)$  pour les multiples de  $P$ , et la pondération implicite dans l'équation (3.10) favorise les valeurs de  $P$  élevées: il y a moins de termes dans la somme, ce qui favorise le terme  $r_a(0)$  qui est le plus important. Les pics sont plus prononcés pour les multiples de la période!

Cette méthode a été modifiée pour éviter ce problème. Le maximum de vraisemblance reste un estimateur relativement robuste (insensible au bruit) mais qui a tendance à faire des erreurs d'octaves.

La référence [Doval 94] décrit également un système basé sur la maximisation de la vraisemblance dans un contexte bayésien. La vraisemblance prend en compte l'existence de composantes non-harmoniques dans le signal, la 'régularité' de l'enveloppe spectrale (voir plus loin dans ce chapitre), la possibilité d'absence de certaines harmoniques (par exemple les harmoniques paires pour les sons de clarinette), etc. Les densité de probabilité a priori des paramètres sont obtenues lors d'une étape d'apprentissage.

## 3.4 Méthodes temporelles

Les méthodes temporelles permettent une estimation de la période  $T_0$  avec un délai minimal, et des calculs très simples. Pour ces deux raisons, ce furent les premières à être utilisées.

### 3.4.1 Détection du fondamental

Les méthodes de détection du fondamental s'attachent à extraire la fréquence ou la période de la première harmonique (le fondamental) indépendamment du reste de la structure harmonique. Il est clair qu'elles ne peuvent fonctionner que lorsque le fondamental est présent dans le signal, ce qui n'est pas toujours le cas (voix téléphonique, etc). Ce sont les méthodes les plus simples de cette catégorie, on en compte environ trois, par ordre de complexité croissante.

**L'estimateur des passages par zéro** C'est le plus élémentaire des détecteurs. Le signal est filtré par un filtre passe-bas, puis on détecte ses passages par zéro dans un sens bien précis (par exemple du négatif vers le positif). Lorsque le signal ne possède qu'une sinusoïde, cela fonctionne bien, mais en présence d'harmoniques multiples, on peut observer plus de deux passages par zéro pendant une période. Une condition nécessaire et suffisante pour n'en observer que deux par période, indépendamment des phases respectives des composantes, est la suivante:

$$RSI = 20 \log\left(\frac{A(1)}{\sum_{k=2}^K kA(k)}\right) > 0$$

où  $A(k)$  représente l'amplitude de l'harmonique  $k$ . Cette condition n'est que rarement satisfaite dans le signal original, d'où la nécessité de filtrer par un filtre de pente *très* raide. La Fig. 3.6 à gauche présente un exemple d'analyse sur un son de piano. Un des

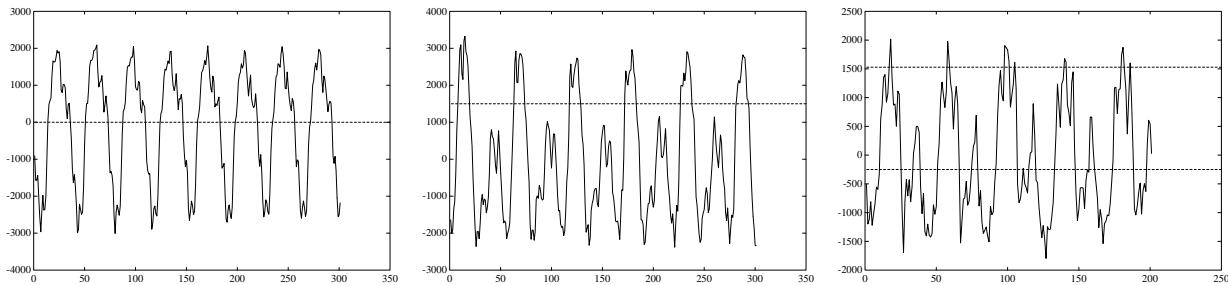


Figure 3.6: Détection du fondamental par estimateur des passages par zéro (à gauche), estimateur à seuil non nul (au centre) et estimateur à deux seuils et mémoire (à droite).

problèmes de cette technique est la nécessité d'adapter la fréquence de coupure du filtre à la fréquence fondamentale du signal (sous peine de voir disparaître le fondamental, ou d'atténuer insuffisamment les harmoniques).

**L'estimateur avec seuil non nul** Pour améliorer les performances de l'estimateur précédent, on peut détecter non pas les passages par zéro, mais par un seuil plus élevé. On voit que si ce seuil est correctement choisi, on évite certains cas pathologiques. Cette technique permet de filtrer par un filtre moins raide que précédemment. En revanche, elle nécessite l'adaptation du seuil à l'amplitude court-terme du signal, et est sensible à la polarité du signal. La Fig. 3.6 au centre présente un exemple d'analyse à seuil non nul sur un son de piano.

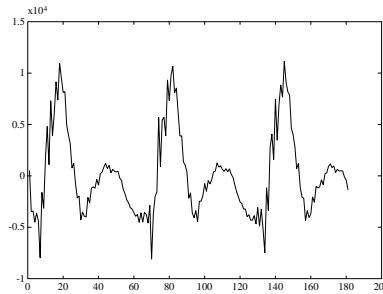
**L'estimateur à deux seuils et mémoire** On se fixe ici deux seuils, généralement de signe opposé, et l'on détecte les passages par ces deux seuils en éliminant les passages consécutifs par un même seuil. Cette technique rend l'estimation plus robuste, et donc permet un filtrage plus doux. En revanche, il y a désormais deux seuils à adapter. La Fig. 3.6 à droite présente un exemple d'analyse à deux seuils et mémoire sur un son de piano.

Les principaux avantages de ces méthodes sont leur simplicité et leur rapidité. Elles fonctionnent bien dans un certain nombre de cas (parole, avec fondamental présent), mais peuvent donner des erreurs grossières (lorsque deux passages sont détectés au lieu d'un) ainsi que des erreurs plus fines: si l'amplitude du signal varie brusquement, les estimateurs à seuils non-nuls présentent un biais significatif [Hess 83b].

### 3.4.2 Analyse structurelle

L'analyse structurelle nous vient du monde de l'analogique pour lequel cette méthode a été inventée. On se place ici dans le cas du signal de parole. Dans ce cas, chaque période est composée de la résonance du conduit vocal, résonance qui est supposée relativement amortie. On en déduit que la forme temporelle du signal doit présenter un maximum d'amplitude à l'impulsion glottale, puis une décroissance exponentielle. C'est en effet ce que l'on observe dans la plupart des signaux de parole.

L'algorithme consiste donc à détecter les maxima du signal temporel, puis à appliquer sur chacun d'eux un masqueur temporel en forme d'exponentielle décroissante. Les pics qui dépassent les seuils de masquages correspondent donc aux impulsions glottales et sont retenus comme indicateurs de pitch.



Cette méthode est confrontée à deux problèmes majeurs:

- Les constantes de temps doivent être bien ajustées. Si ce n'est pas le cas, de faux pics sont détectés, ou bien l'impulsion glottale passe inaperçue.
- Si le signal a subit une distorsion de phase, on n'observe plus la structure temporelle attendue. Dans ce cas l'algorithme échoue.

L'avantage de cette méthode est qu'elle se prête bien à une implémentation analogique (à base de capacités et de résistances).

### 3.4.3 Simplification de la structure temporelle

Pour se débarrasser du problème lié au réglage des constantes de temps des masqueurs exponentiels, une méthode consiste à essayer de simplifier la forme d'onde du signal. Pour cela, on tente de retrouver la forme initiale de l'impulsion glottale par filtrage inverse:

La fonction de transfert du conduit auditif est d'abord évaluée (par une des nombreuses méthodes d'identification, AR etc...), puis le signal d'excitation est obtenu par filtrage inverse. En théorie, on obtient ainsi la série d'impulsions glottales qui ont généré le signal. La méthode de détection précédente est alors appliquée au signal d'excitation.

Cette technique apporte une amélioration sensible à la méthode précédente, mais présente les inconvénients suivants:

- Le temps de calcul est accru, puisqu'il faut désormais estimer un filtre, et calculer l'excitation.
- Si un formant (maximum de la réponse en fréquence du filtre) coïncide avec le fondamental, et si la largeur de bande du formant est très faible, le fondamental peut être éliminé lors du filtrage inverse, et le signal d'excitation ne fait plus apparaître d'impulsion. C'est souvent le cas des voix aiguës (voix de femmes et d'enfants) qui possèdent un petit nombre d'harmoniques, et pour lesquelles l'estimation autorégressive a souvent tendance à reproduire la structure harmonique plutôt que l'enveloppe spectrale (surtout lorsque l'ordre du modèle est élevé, voir chapitre 3.6).

### 3.4.4 Approche "multi-channel"

Cette méthode est une généralisation de l'"analyse structurelle". L'idée consiste à multiplier les méthodes de détection, puis de conserver le résultat obtenu par le plus grand nombre de méthodes.

Le signal est d'abord "simplifié" par 6 opérateurs qui détectent des caractéristiques et les remplacent par des pics discrets:

1. Détection de maximum, le maximum est remplacé par un pic de même amplitude.
2. Détection de maximum, le maximum est remplacé par un pic. Son amplitude est égale à celle du maximum moins celle du minimum précédent.
3. Détection de maximum, le maximum est remplacé par un pic. Son amplitude est égale à celle du maximum moins celle du maximum précédent (ou zéro si le résultat est négatif).
4. Détection de minimum, le minimum est remplacé par un pic d'amplitude opposée.
5. Détection de minimum, le minimum est remplacé par un pic. Son amplitude est égale à celle du maximum précédent moins celle du minimum.
6. Détection de minimum, le minimum est remplacé par un pic. Son amplitude est égale à moins celle du minimum plus celle du minimum précédent (ou zéro si le résultat est négatif).

Cette procédure fournit six signaux très simplifiés (des successions d'impulsions). Chacun de ces signaux est traité par un détecteur semblable à celui décrit plus haut:

On applique sur chaque impulsion un masquage temporel constitué d'un palier horizontal suivi d'une exponentielle amortie. Seules les impulsions émergeant du masqueur sont prises en compte pour estimer la période.

Les six estimations sont comparées, et on garde celle qui apparaît le plus fréquemment (avec une marge de tolérance).

Parmi les méthodes temporelles, cette approche est celle qui fournit les meilleurs résultats, avec un temps de calcul extrêmement réduit (pas de calculs, uniquement des comparaisons, et des décisions).

## 3.5 Post-traitements

Pour tous les algorithmes présentés ci-dessus, un post-traitement est nécessaire pour éliminer les erreurs grossières et lisser les estimations. Le signal est maintenant constitué de la suite des estimations de la fréquence fondamentale (ou de la période).

### 3.5.1 Filtrage médian

Cette technique non-linéaire est destinée à éliminer les erreurs isolées.

On définit la médiane d'un ensemble de  $L$  valeurs  $x_n$  par:

$$Med_L(x_n) = x_{n+(L+1)/2}$$

où  $x_n < x_{n+1} < \dots < x_{n+L-1}$ . Ici, on considère que  $L$  est impair. Pour calculer la médiane d'un ensemble de points, on les classe par ordre croissant, et on retient la valeur qui se trouve au milieu de la série ainsi obtenue.

Le filtrage médian possède les propriétés suivantes:

- Si le signal  $x_n$  présente *une seule* discontinuité<sup>1</sup> dans la fenêtre de  $L$  points, cette discontinuité n'est pas altérée. C'est par exemple le cas d'un signal en marche d'escalier (échelon de Heavyside).
- En revanche, si  $x_n$  présente une valeur isolée supérieure à ses voisines qui sont pratiquement égales entre elles, elle est éliminée lors du filtrage médian.
- Le filtrage médian est capable de suivre les variations douces du signal.

Le filtrage médian est parfois utilisé pour détecter les impulsions aberrantes dans un signal (par exemple en observant la différence entre le signal original et le signal filtré).

Grâce à ces caractéristiques, le filtrage médian permet d'éliminer les erreurs grossières isolées (typiquement les erreurs d'octave). La figure Fig. 3.7 présente l'application d'un filtrage médian points à un signal contenant des impulsions isolées et un échelon.

---

<sup>1</sup>discontinuité à gauche ou à droite, mais pas des deux côtés.

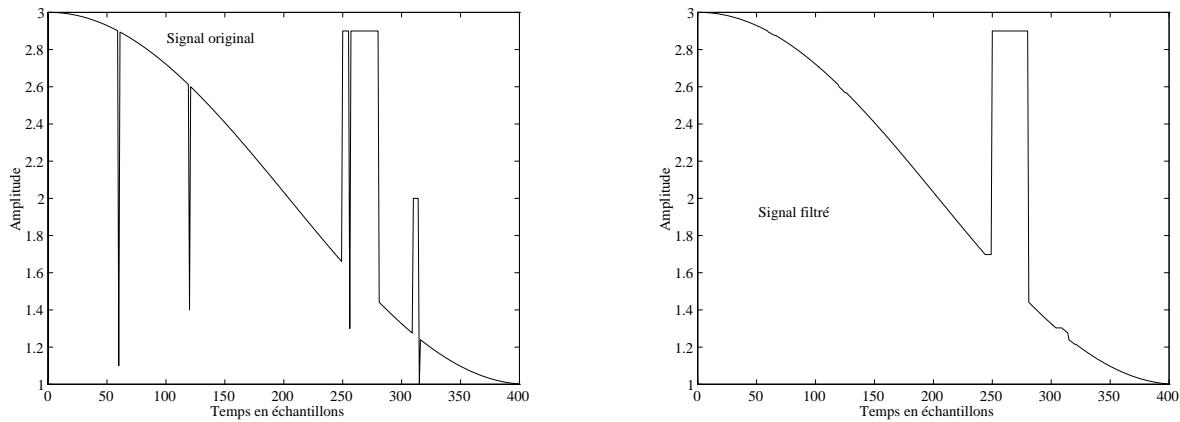


Figure 3.7: Signal avant et après filtrage médian.

### 3.5.2 Lissage linéaire

En sortie du filtrage médian, il est possible de lisser les estimations par un filtrage passe-bas très simple. On choisit en général de convoluer le signal par une fenêtre triangulaire de courte durée.

### 3.5.3 Suivi de la fréquence

Une approche qui donne de meilleurs résultats consiste à retenir à chaque instant d'analyse *plusieurs valeurs possibles* de la fréquence fondamentale au lieu d'une, en leur affectant un 'score' (par exemple la valeur de l'autocorrélation normalisée) qui reflète la validité de l'estimation. On cherche alors le chemin qui passe par l'une des estimations du fondamental à chaque instant d'analyse, et dont le score total est le meilleur possible. Le score total du chemin est calculé à partir des scores de chaque estimation, et d'une fonction de coût destinée à pénaliser les variations brusques de fondamental etc. Ce chemin optimal peut être obtenu par des techniques de programmation dynamique classiques [Pigot 83] ou dans un formalisme de modèles de Markov cachés [Doval 94].

Cette approche [Griffin 88] permet d'éviter dans une large mesure les sauts brusques (erreurs d'octaves par exemple) et donne en général de bons résultats. Son inconvénient majeur est le délai d'estimation (puisque on utilise les valeurs du fondamental futures et passées).

## 3.6 Estimation de l'enveloppe spectrale

On a souvent besoin d'estimer l'enveloppe spectrale du signal. Cette estimation est généralement faite en même temps que l'estimation du pitch.

On cherche à obtenir deux fonctions  $E(\omega)$  et  $\Phi(\omega)$  qui permettent de retrouver les amplitudes et les phases des harmoniques du signal original, et éventuellement de les estimer lorsque la fréquence fondamentale a changé.

Le problème qui se pose vient du fait que l'enveloppe spectrale est échantillonnée dans le domaine des fréquences tous les  $f_0 \text{Hz}$ : on ne connaît ses valeurs qu'aux harmoniques alors que l'on désire les connaître pour toutes les fréquences.

### 3.6.1 Estimation par prédiction linéaire

Une méthode assez souvent utilisée pour estimer l'enveloppe spectrale est la prédiction linéaire. La référence [Makhoul 75] présente l'application de la prédiction linéaire au signal de parole. L'idée consiste à représenter le signal par un modèle autorégressif et adapter ce modèle de façon que l'erreur de prédiction soit blanche (c'est à dire, ait un spectre plat). On est ainsi conduit à calculer un filtre autorégressif  $1/A(z)$  dont la fonction de transfert permet de retrouver l'enveloppe spectrale:

- Enveloppe spectrale d'amplitude:  $E(\omega) = \frac{1}{|A(\exp(j\omega))|}$
- Enveloppe spectrale de phase:  $\Phi(\omega) = -\arg(A(\exp(j\omega)))$

Dans les cas favorables où le signal est de basse fréquence (c'est à dire que l'on trouve un nombre suffisant d'harmoniques dans le spectre), et si l'ordre du modèle est correctement adapté, la prédiction linéaire fournit une bonne estimation de l'enveloppe spectrale comme le montre la première courbe de la figure (3.8). Le signal est ici de basse fréquence, et le modèle autorégressif d'ordre 30 représente bien l'enveloppe spectrale. Le spectre de droite présente le même résultat dans le cas d'un signal de fondamental plus aigu. On constate que l'enveloppe AR plonge

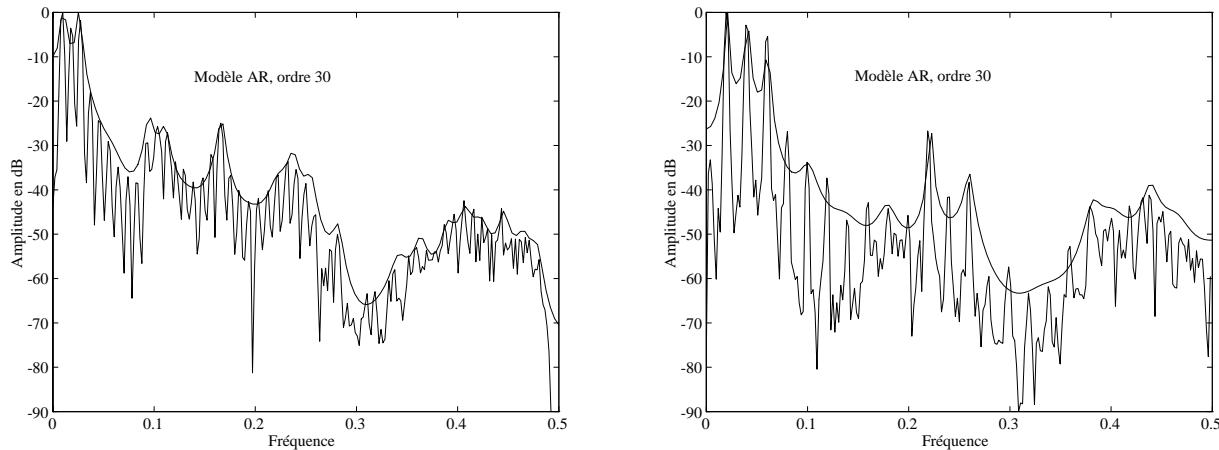


Figure 3.8: A gauche: Spectre d'un signal de parole de fondamental bas, et enveloppe AR d'ordre 30. A droite: cas d'un signal de fondamental élevé.

entre les harmoniques, et ne suit plus très bien les maxima du spectre. Cela provient ici du fait que l'ordre est choisi trop important. Cet exemple illustre une des difficultés de l'utilisation d'un modèle autorégressif pour l'estimation de l'enveloppe spectrale: la sensibilité par rapport au choix de l'ordre du modèle. De plus, on remarque que le modèle autorégressif a tendance à 'accrocher' les harmoniques, c'est à dire à positionner un maximum de l'enveloppe spectrale là où est située une harmonique. Enfin, il est bien connu que les modèles AR ne permettent de bien modéliser que les pics de l'enveloppe, et sont beaucoup moins efficaces pour les creux [Makhoul 75].

L'un des avantages de la modélisation autorégressive est qu'elle fournit une formulation analytique de l'enveloppe: celle-ci peut être directement calculée (en amplitude et en phase) à partir de la donnée de  $A(z)$ .

### 3.6.2 Estimation de l'enveloppe par le cepstre

Nous avons vu au chapitre 3.3.2 que le cepstre permettait de séparer l'information de fréquence fondamentale et l'information d'enveloppe. Plus précisément, si l'on considère que le signal est le résultat du filtrage d'un train d'impulsions de fréquence  $f_0$  par un filtre  $H(z) = B(z)/A(z)$ , le cepstre du signal est la somme du cepstre du train d'impulsions et du cepstre de la réponse impulsionale du filtre  $H(z)$  (voir l'équation 3.8). Comme le cepstre d'un train d'impulsions est également un train d'impulsions (de hauteur non constante) espacées de  $T_0$  (période du signal), et comme le cepstre de la réponse impulsionale du filtre est localisé autour de  $t = 0$ , il devient possible de séparer les deux contributions.

L'idée pour obtenir l'enveloppe spectrale du signal consiste donc à ne retenir que les coefficients du cepstre qui correspondent à la réponse impulsionale du filtre  $H(z)$  (ceux qui sont localisés autour de  $t = 0$ ). L'algorithme est donc:

1. Calcul du cepstre  $C(n)$  du signal  $x(n)$ .
2. Fenêtrage du cepstre:  $C(n) = 0$  pour  $|n| > n_0$ .
3. Reconstruction de l'enveloppe spectrale d'amplitude par  $E(\omega) = FFT(C(n))$ .
4. Reconstruction de l'enveloppe spectrale de phase par  $\Phi(\omega) = \Im(FFT(\hat{x}(n)))$  (on doit alors utiliser le cepstre complexe).

où l'on a choisi  $n_0 < T_0$ . C'est le principe général de l'estimation d'enveloppe par technique cepstrale. La figure (3.9) montre un exemple d'utilisation du cepstre complexe dans le cas d'un signal de parole. Il est difficile sur la figure de droite d'observer les pics correspondant au train

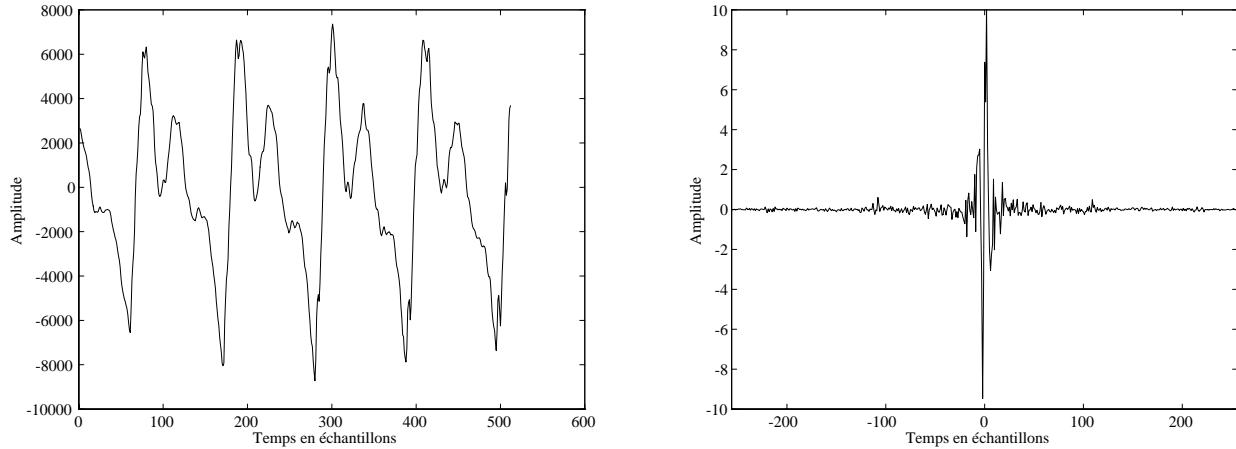


Figure 3.9: A gauche: Signal temporel. A droite: Cepstre complexe.

d'impulsions (on les devine à  $t = \pm 100$ ). La figure (3.10) montre cependant que le cepstre peut être utilisé pour estimer l'enveloppe spectrale du signal, à condition qu'un nombre correct de coefficients cepstraux soient conservés. Lorsque  $n_0 = 45$ , l'estimation de l'enveloppe spectrale est à peu près correcte. En revanche, lorsque  $n_0 = 20$  l'estimation est erronée.

Ces résultats illustrent les problèmes rencontrés lors de l'estimation de l'enveloppe spectrale par la méthode du cepstre. Le problème principal est la sensibilité du résultat par rapport au

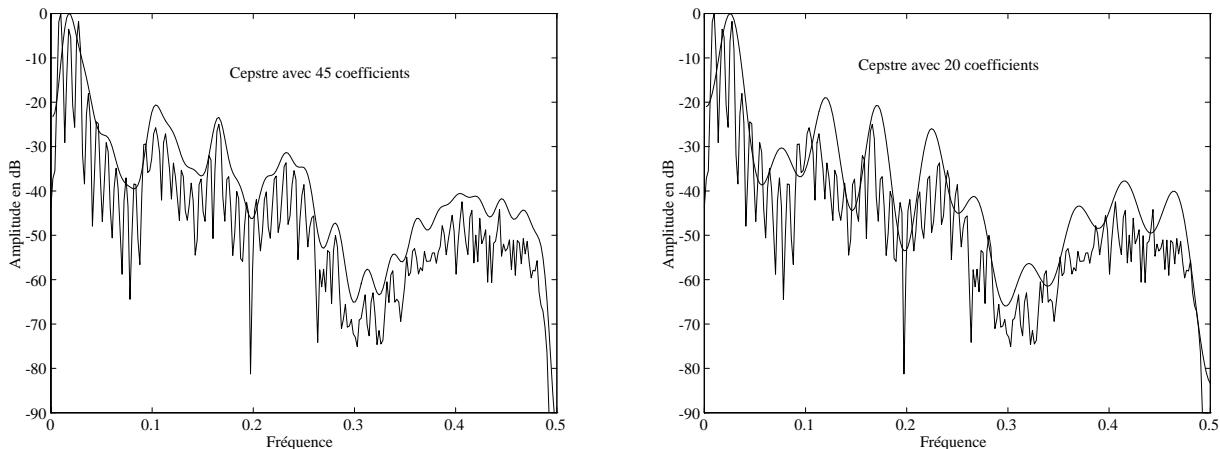


Figure 3.10: A gauche: Spectre du signal et enveloppe spectrale obtenue avec 45 coefficients cepstraux. A droite: Même chose avec 20 coefficients seulement.

choix de  $n_0$  le nombre de coefficients cepstraux retenus pour le calcul de l'enveloppe. Si trop peu de coefficients sont retenus, l'enveloppe devient très vite erronée. Si trop de coefficients sont utilisés, alors l'enveloppe suit de trop près la structure du spectre (et fait apparaître des creux entre les harmoniques), ce qui n'est pas le but recherché.

De plus, lorsque la fréquence fondamentale est trop élevée, les techniques cepstrales deviennent difficiles à appliquer en raison du faible nombre d'harmoniques présentes dans le spectre.

D'une façon générale, l'enveloppe spectrale obtenue par les techniques de cepstre ne passe pas par les sommets des harmoniques (voir les figures (3.9) et (3.10)), ce qui peut être gênant lorsqu'on a besoin d'une estimation très précise. De plus, cette enveloppe n'est pas donnée par une formulation analytique, mais reste échantillonnée dans le domaine des fréquences (puisque elle est obtenue par une FFT). Pour améliorer la qualité de l'estimation par le cepstre (en particulier, pour faire en sorte que l'enveloppe cepstrale passe bien par les sommets des harmoniques) on peut réitérer le procédé sur le spectre obtenu en faisant la différence entre le spectre original et l'enveloppe calculée. La nouvelle enveloppe est ainsi donnée par:

$$E_{p+1}(\omega) = E_p(\omega) + \alpha \text{ enveloppe}(X(\omega) - E_p(\omega))$$

On obtient ainsi une méthode itérative dont le pas peut être contrôlé par le paramètre  $\alpha$ . Cette méthode converge (lentement) vers une enveloppe généralement bien meilleure que la première estimation. Le prix à payer est un coût élevé en calcul.

Une autre méthode peut être utilisée lorsque le spectre du signal est connu en des points discrets (par exemple, aux multiples du fondamental). Il s'agit de la méthode du cepstre discret.

### 3.6.3 Méthode du cepstre discret<sup>2</sup>

Le principe consiste à calculer des coefficients cepstraux tel que la réponse en fréquence en dB passe par certaines valeurs spécifiées (en général l'amplitude des différents partiels du signal). Plus précisément, on se donne  $L$  amplitudes  $a_k$  correspondant à la réponse en fréquence aux

<sup>2</sup>Écrit en collaboration avec O. Cappé.

fréquences  $f_k$ . On cherche les coefficients du cepstre réel  $c_0, \dots, c_n$  (l'ordre  $n$  étant fixé a priori) tels que la réponse en fréquence associée minimise l'erreur quadratique suivante :

$$\epsilon = \sum_{k=1}^L |\log a_k - \log |S(f_k)||^2 \quad \text{avec} \quad \log |S(f)| = c_0 + 2 \sum_{i=1}^n c_i \cos(2\pi f_i) \quad (3.11)$$

La seconde expression vient du fait que  $|S(f_k)|$  réel symétrique et donc sa transformée de Fourier se réduit à une somme de cosinus à phase nulle. La quantité à minimiser peut donc se mettre sous la forme matricielle suivante

$$\epsilon = \|\mathbf{a} - \mathbf{M}\mathbf{c}\|^2 \quad \text{avec} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \log(a_1) \\ \vdots \\ \log(a_L) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \cos(2\pi f_1) & 2 \cos(2\pi f_1 2) & \dots & 2 \cos(2\pi f_1 n) \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 1 & 2 \cos(2\pi f_L) & 2 \cos(2\pi f_L 2) & \dots & 2 \cos(2\pi f_L n) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

$\mathbf{c}$  désigne le vecteur contenant les paramètres cepstraux à déterminer. La solution de ce problème de minimisation quadratique est donnée par

$$\mathbf{c} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{a} \quad (3.12)$$

Le problème avec la solution donnée par l'équation (3.12) est que la matrice  $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$  est en général mal conditionnée<sup>3</sup> ou même singulière si l'on donne moins de contraintes que de paramètre ( $p \geq L$ ). En pratique ceci pose un problème car le nombre  $L$  de valeur spécifiées varie avec la fréquence fondamentale et peut devenir trop faible (fréquence fondamentale élevée). La figure Fig. 3.11 montre l'enveloppe estimée par cette méthode pour deux signaux de parole, l'un à  $110\text{Hz}$ , l'autre à  $210\text{Hz}$ . Les problèmes visibles sur ces figures sont liés au mauvais conditionnement de la matrice.

Une solution consiste à ‘régulariser’ le problème, c'est à dire à recherche une solution ‘moins exacte’, mais plus ‘régulière’ selon un critère à préciser. Un critère de régularité qui donne de bons résultats est celui de la norme  $L^2$  de la dérivée de  $\log |S(f)|$  (si cette norme est petite, la dérivée est faible, et  $S(f)$  est considérée comme régulière).

On va alors remplacer le critère Eq. (3.11) par un critère composite de la forme

$$\epsilon_r = (1 - \lambda) \left( \sum_{k=1}^L |\log a_k - \log |S(f_k)||^2 \right) + \lambda \left( \int_0^1 \left[ \frac{d}{df} \log |S(f)| \right]^2 df \right) \quad (3.13)$$

où le paramètre  $\lambda$  règle le compromis entre l'adéquation aux contraintes et le critère de régularisation.

En utilisant l'expression de  $\log |S(f)|$  dans l'Eq. (3.11), on peut exprimer l'intégrale de l'Eq. (3.13)

---

<sup>3</sup>c'est à dire que le rapport de sa plus grande valeur propre à sa plus petite valeur propre est grand. Lors de la résolution d'un système linéaire, ceci traduit le fait qu'un petite variation relative du second membre peut produire une très grande variation relative de la solution.

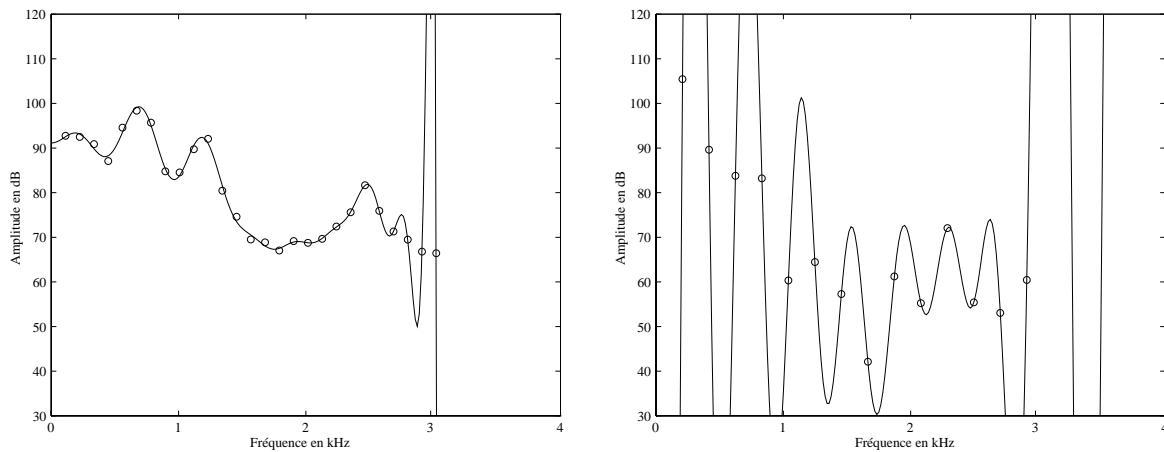


Figure 3.11: Enveloppe estimée par la méthode du cepstre discret. A gauche,  $f_1 = 110$  Hz,  $L = 27$  ; à droite,  $f_1 = 210$  Hz,  $L = 14$ . Cepstre d'ordre  $p = 20$  sans régularisation.

comme une forme quadratique des coefficients  $c_k$ , ce qui permet de réécrire le critère composite Eq. (3.13) sous la forme

$$\epsilon_r = (1 - \lambda) (\mathbf{a} - \mathbf{M}\mathbf{c})^T (\mathbf{a} - \mathbf{M}\mathbf{c}) + \lambda \mathbf{c}^T \mathbf{R} \mathbf{c} \quad \text{avec} \quad \mathbf{R} = 8\pi^2 \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 1^2 & & \\ & & 2^2 & \\ & & & \ddots \\ & & & n^2 \end{bmatrix}$$

Le vecteur cepstral solution s'obtient donc par

$$\mathbf{c} = \left[ \mathbf{M}^T \mathbf{M} + \frac{\lambda}{1 - \lambda} \mathbf{R} \right]^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{a} \quad (3.14)$$

L'écriture ci-dessus correspond à la forme classique d'une minimisation des moindres carrés avec un critère de régularisation. On note que la régularisation consiste à ajouter un terme de perturbation (qui reste petit si  $\lambda$  est faible) sur la diagonale de la matrice à inverser ( $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ ).

La figure Fig. 3.12 montre le résultat de la régularisation pour le même signal que précédemment. Les enveloppes sont maintenant beaucoup plus acceptables, bien qu'elles ne passent pas strictement par les maxima du spectre. La figure Fig. 3.12 montre que le critère de régularisation utilisé a tendance à fournir une courbe plate (dérivée nulle) dans la bande où aucune valeur n'a été spécifiée (au dessus de 3 kHz). Il est possible de remédier en partie à ce problème, par exemple en spécifiant la valeur d'amplitude correspondant à la demie fréquence d'échantillonnage.

On pourra se reporter à [Galas 90] ou [Galas 91] pour plus de détail sur ces méthodes. La référence [Depalle 91] décrit également d'autres méthodes d'estimation de l'enveloppe.

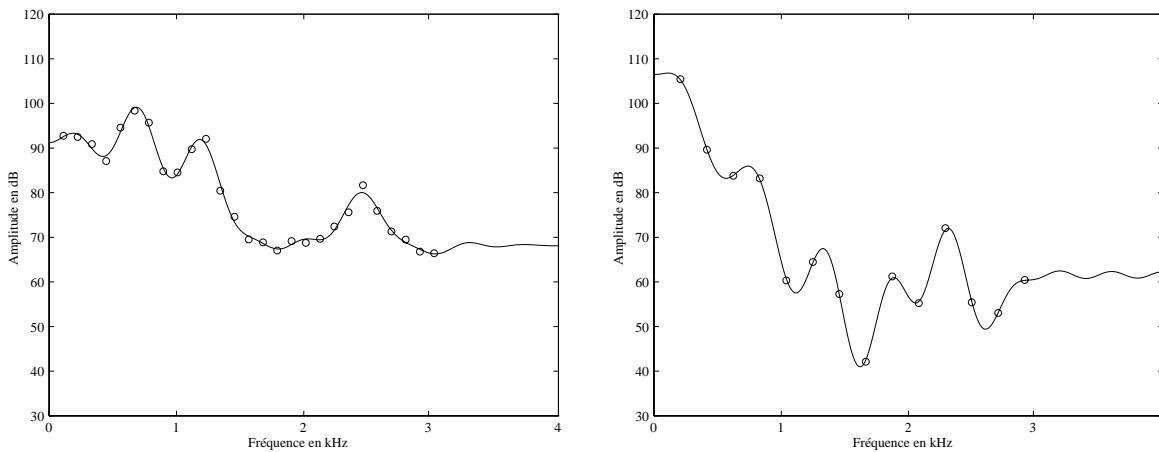


Figure 3.12: Enveloppe estimée par la méthode du cepstre discret avec régularisation. A gauche,  $f_1 = 110$  Hz,  $L = 27$  ; à droite,  $f_1 = 210$  Hz,  $L = 14$ . Cepstre d'ordre  $p = 20$ ,  $\lambda = 10^{-4}$ .

### 3.7 Bibliographie du chapitre 3

- [Brown 91] J. Brown. Calculation of a constant Q spectral transform. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 89 (1), pp. 425–434, January 1991.
- [Depalle 91] P. Depalle. *Analyse, Modélisation et synthèse des sons basées sur le modèle source-filtre*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, Dec 1991.
- [Doval 91] B. Doval and X. Rodet. Estimation of fundamental frequency of musical signals. *Proc. IEEE ICASSP-91, Toronto*, Apr 1991.
- [Doval 94] B. Doval. *Estimation de la Fréquence Fondamentale des Signaux Sonores*. PhD thesis, Université de Paris VI, Mar 1994.
- [Galas 90] T. Galas and X. Rodet. An improved cepstral method for deconvolution of source-filter systems with discrete spectra: Application to musical sounds. *Proc. of International Computer Music Conference, Glasgow*, pp. 82–84, 1990.
- [Galas 91] T. Galas and X. Rodet. Generalized functional approximation for source-filter system modeling. *Proc. Eurospeech, Genova*, pp. 1085–1088, 1991.
- [Griffin 88] D.W. Griffin and J.S. Lim. Multiband-excitation vocoder. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-36 (2), pp. 236–243, Fev 1988.
- [Hess 83a] W. Hess. Détermination du fondamental du signal de parole, algorithmes et méthodes. In J. Mariani C. Berthommier, Y. Grenier, editor, *Traitement du Signal de Parole*, pp. 35–47, 1983.
- [Hess 83b] W. J. Hess. *Algorithms and Devices for Pitch Determination of Speech-Signals*. Springer-Verlag, Berlin, 1983.
- [Makhoul 75] J. Makhoul. Linear prediction: A tutorial review. *Proc. IEEE*, vol. 63 (11), pp. 1380–1418, Nov 1975.

[Markel 76] J. D. Markel and A. M. Gray. *Linear prediction of speech*. Springer-Verlag, Berlin, 1976.

[Pigot 83] H. Pigot, M. Baudry, and X. Rodet. Recherche du fondamental par une méthode d'amdf avec programmation dynamique. In J. Mariani C. Berthommier, Y. Grenier, editor, *Traitement du Signal de Parole*, pp. 191–198, 1983.

[Wise 76] J. D. Wise, J. R. Caprio, and T. W. Parks. Maximum likelihood pitch estimation. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-24 (5), pp. 418–423, Oct 1976.



# Chapitre 4

## Traitements et modification du signal Audio

### 4.1 Compression/Expansion. Limiteur

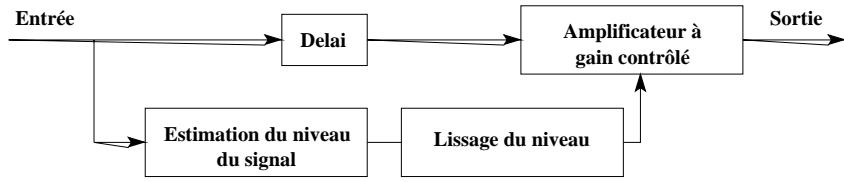
Les dispositifs de compression/expansion et de limitation de dynamique sont utilisés depuis très longtemps en analogique pour contrôler la dynamique des signaux (rapport entre la puissance du signal le plus fort et celle du signal le plus faible). En effet, si la dynamique d'une salle de concert dépasse parfois  $100dB$ , celle d'une émission radio en modulation de fréquence ne peut dépasser  $70dB$ . Pour que les pianissimi ne se retrouvent pas noyés dans le bruit de fond, il est nécessaire de diminuer la dynamique du signal pour la faire loger dans celle du canal de transmission. Cette opération est réalisée avant la diffusion par un "compresseur de dynamique". A l'inverse, après réception, il est nécessaire de restaurer la dynamique originale, opération réalisée par une "expansion de dynamique".

Un limiteur de dynamique est un dispositif qui empêche un signal de dépasser une puissance prédéfinie. Il introduit à ce titre une distorsion qui est cependant préférable à la distorsion qui résultera d'un écrêtage ou d'une saturation (voir chapitre 4.5).

Les trois types de contrôle de dynamique (compression/expansion et limitation) fonctionnent selon le même principe, mais diffèrent par leur réglage. Les trois principales étapes de leur implémentation sont:

1. Calcul du niveau du signal en entrée.
2. Actualisation des paramètres de contrôle dynamique.
3. Contrôle dynamique du niveau du signal en échelle logarithmique.

Le niveau calculé lors de la première étape sert à contrôler un amplificateur à gain variable appliqué sur le signal d'entrée, selon le schéma suivant.



On pourra se référer à [McNally 84] pour tous les détails.

#### 4.1.1 Estimation du niveau du signal en entrée

On retient deux mesures du niveau du signal en entrée:

**Valeur efficace** C'est l'amplitude du signal continu de même puissance. On la calcule par:

$$P_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t x^2(u) du} \quad \text{ou en discret:} \quad P_{eff} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=n-N+1}^n x_i^2}$$

L'entier  $N$  définit l'horizon de la mesure. Cette mesure est également appelée *RMS* (root-mean-square). Elle présente l'avantage de ne pas dépendre des phases relatives des composantes du signal. C'est la mesure qui est retenue pour la compression/expansion de dynamique. Pour une sinusoïde d'amplitude  $A$ , la valeur efficace calculée sur une période vaut  $A/\sqrt{2}$ .

**Niveau crête à crête** C'est la mesure de l'amplitude maximale du signal. On la calcule par:

$$P_{crete} = \max_{n-M < i < n} |x_i|$$

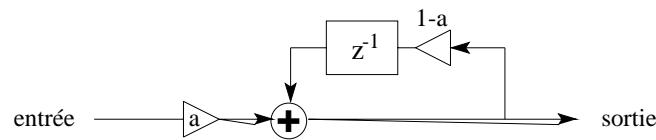
C'est la mesure utilisée par les limiteurs (puisque leur but est d'éviter l'écrêtage du signal).

On peut définir pour un signal le *facteur de crête* qui est le rapport du niveau crête à crête à la valeur efficace. C'est un nombre toujours plus grand que 1 qui reflète la présence de pics dans le signal. Pour une sinusoïde, le facteur de crête est  $\sqrt{2}$ .

Le niveau d'entrée est donc estimé en valeur efficace pour la compression/expansion, et en valeur crête à crête pour les limiteurs. Cette estimation va être maintenant utilisée pour contrôler l'amplification du signal d'entrée.

#### 4.1.2 Actualisation des paramètres de contrôle dynamique

Le niveau d'entrée est destiné à contrôler l'amplificateur de sortie. Il est cependant nécessaire de le lisser pour éviter les variations trop brusques de gain d'amplification, en particulier lors des montées et des chutes brutales de niveau. Ce comportement dynamique de type "oubli exponentiel" est généralement contrôlé par deux paramètres, le temps de montée et le temps de relaxation. On utilise généralement une implémentation de type filtre passe-bas récursif:



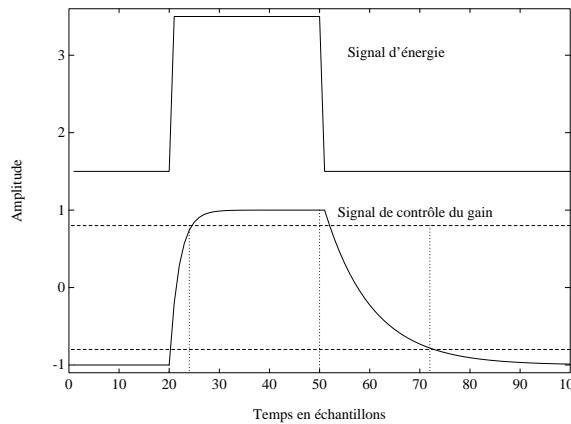
Sa fonction de transfert

$$H(z) = \frac{a}{1 - (1 - a)z^{-1}}$$

permet de réaliser le filtrage passe-bas nécessaire.

**Temps de montée** Lorsque le niveau du signal présente une "marche d'escalier", le système de contrôle transforme la montée verticale en une courbe de type exponentiel. Le temps mis par le signal de gain pour atteindre le niveau réel à moins de  $2dB$  près est appelé temps de montée.

**Temps de relaxation** Lorsque le niveau du signal chute verticalement, le système de contrôle transforme la chute verticale en une courbe de type exponentiel. Le temps mis par le signal de gain pour atteindre le niveau réel à moins de  $2dB$  près est appelé temps de relaxation. Il est en général plus long que le temps de montée.

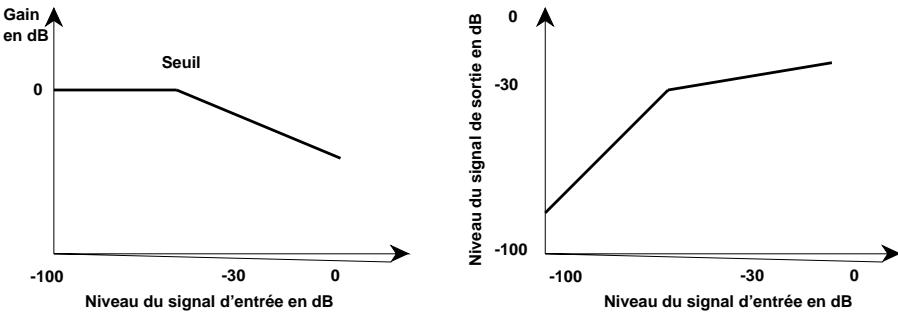


Les deux paramètres temps de montée et temps de relaxation définissent les caractéristiques dynamiques du système. Le temps de montée est de l'ordre de  $100\mu s$  et le temps de relaxation de l'ordre de  $300\mu s$ . La réponse du filtre  $H$  ci-dessus à un signal en marche d'escalier permet d'adapter le paramètre  $a$  pour obtenir le temps de montée (ou de relaxation) voulu. Deux filtres différents sont utilisés selon que le signal est croissant ou décroissant.

#### 4.1.3 Amplificateur à gain contrôlé

Le signal d'entrée est amplifié par un amplificateur dont le gain est contrôlé par l'estimation lissée du niveau du signal d'entrée. La courbe donnant le gain d'amplification en dB en fonction du niveau estimé du signal définit les caractéristiques statiques du système. C'est par ces caractéristiques que les trois systèmes de compression, d'expansion et de limitation diffèrent.

**Compression de dynamique** Lors de la compression de dynamique, les signaux de fort niveau sont moins amplifiés que les signaux de faible niveau. La figure ci-dessous présente la courbe donnant la valeur du gain d'amplification en fonction du niveau du signal d'entrée en dB ainsi que le niveau du signal en sortie en fonction du niveau en entrée pour un compresseur de dynamique. Les échelles sont en décibels pour garantir une "linéarité" subjective.



La courbe de compression est caractérisée par un seuil et un taux de compression.

- Le seuil est la valeur du niveau d'entrée en dB à partir de laquelle le gain n'est plus constant (le système commence à compresser).
- Le taux de compression est par définition la pente de la caractéristique entrée/sortie dans la région de compression. C'est un nombre sans dimension.

Si l'on désigne par  $X_{eff}$  et  $Y_{eff}$  les valeurs efficaces *en dB* du signal en entrée et en sortie, et si l'on désigne par  $g(X_{eff})$  le gain d'amplification en dB (qui dépend du niveau du signal en entrée), on a

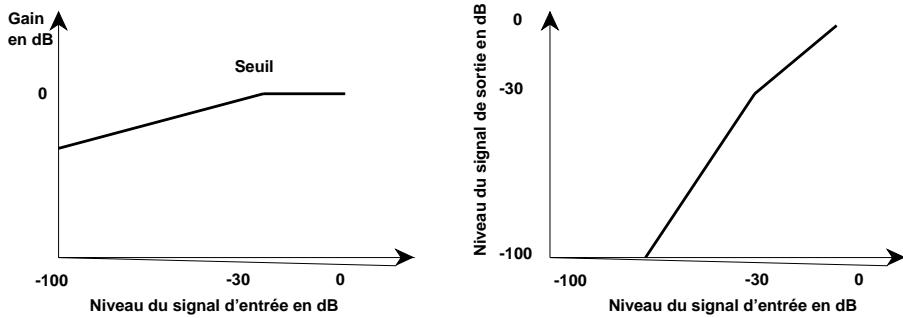
$$Y_{eff} = X_{eff} + g(X_{eff}) \quad \text{d'où} \quad \frac{dY_{eff}}{dX_{eff}} = 1 + \frac{dg(X_{eff})}{dX_{eff}} = 1 + \alpha$$

où  $\alpha$  représente la pente du gain (figure de gauche). On voit que si le gain est linéaire en  $X_{eff}$  de pente  $\alpha$ , la caractéristique entrée/sortie est aussi linéaire avec une pente égale à  $1 + \alpha$ .

Pour les systèmes courants de compression de dynamique, le rapport de compression est de l'ordre de 1/2. On constate sur la figure ci-dessus que la dynamique du signal en sortie est inférieure à celle du signal en entrée, ce qui permet par exemple de l'adapter à un canal de transmission bruité.

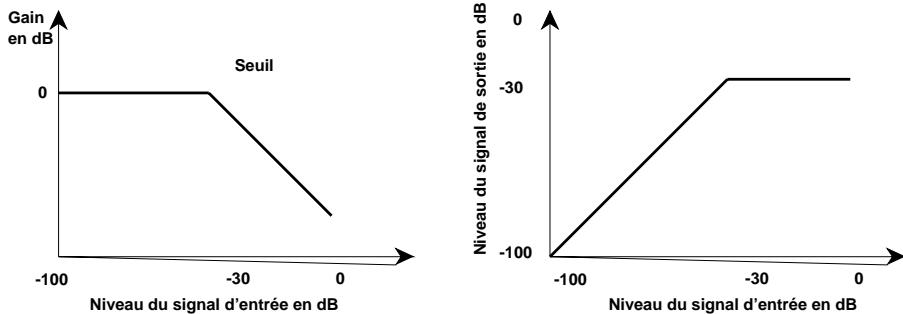
Pour qu'il soit possible de retrouver le signal original, il faut que la caractéristique d'entrée-sortie soit *strictement monotone*, ce qui implique que la pente du gain soit inférieure à 1 en valeur absolue (voir équation ci-dessus). En pratique, l'utilisation de taux de compression trop importants entraîne lors de l'expansion d'importantes distorsions.

**Expansion de dynamique** C'est le système inverse du système précédent. Ses caractéristiques sont les suivantes.



De la même façon, on définit un seuil d'expansion, (niveau du signal d'entrée en dB au delà duquel le signal est amplifié avec un gain constant), et un taux d'expansion, pente de la caractéristique entrée-sortie dans la région d'expansion. On voit que la caractéristique entrée-sortie présente une pente supérieure à 1: lorsque le taux d'expansion est trop important, une petite erreur d'estimation du niveau du signal d'entrée se traduit par une grande variation du niveau du signal de sortie: l'utilisation de taux d'expansion trop élevés conduit à d'importantes distorsions.

**Limiteur** Ce système est utilisé lorsqu'on veut éviter que le niveau du signal dépasse une valeur prédéfinie. Sa caractéristique est donc:



Le gain à partir du seuil de limitation a une pente de valeur -1 qui donne au signal de sortie un niveau constant quel que soit celui du signal d'entrée. Bien évidemment, cette opération n'est pas réversible puisque la caractéristique entrée/sortie n'est pas strictement monotone.

#### 4.1.4 Implémentation et utilisation

L'implémentation en temps réel des dispositifs de contrôle de dynamique peut se faire relativement aisément. Les conversions linéaire/logarithmique logarithmique/linéaire nécessaires au calcul des gains en dB réclament cependant un soin particulier [McNally 84].

La figure (4.1) donne un exemple de modification dynamique d'un signal carré. A gauche, le signal est correctement traité, on constate que le temps de montée est suffisamment court pour que le front montant du signal original soit instantanément 'tassé'. On constate sur le front descendant le temps de relaxation plus long qui se traduit par un gain croissant lentement.

Sur la figure de droite, le temps de montée est trop long, le gain d'amplification est ajusté trop lentement: pendant un temps très bref, le signal possède une forte amplitude.

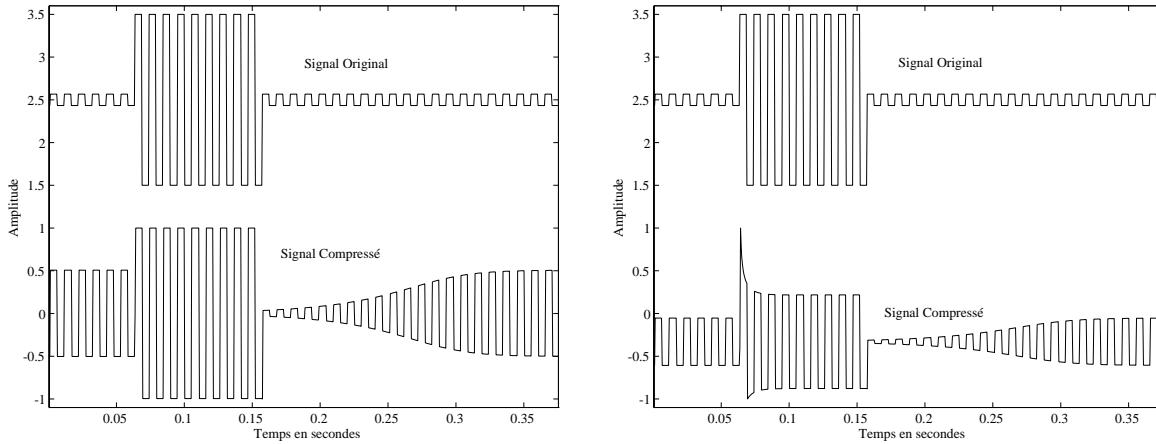


Figure 4.1: Exemples de compression de la dynamique d'un signal. A gauche, compression d'un signal de taux 0.8. A droite, même opération mais avec un temps de montée trop long (l'échelle des amplitudes n'est pas la même).

Les dispositifs de compression/expansion ont été très utilisés en analogique car ils permettaient de diminuer le bruit de fond des supports magnétiques. Ainsi les Dolby B et C ainsi que le DBX sont basés sur la compression réversible de la dynamique du signal (avec préaccentuation des aiguës à l'enregistrement et désaccentuation à l'écoute).

Avec l'avènement du numérique, ces dispositifs sont surtout utilisés pour assurer la liaison entre le domaine numérique et le domaine analogique: transmission d'un signal à forte dynamique au moyen d'un canal analogique bruité (radio), enregistrement magnétique traditionnel (Cassette) d'un signal numérique à grande dynamique, etc...

Les compresseurs de dynamique à fort taux de compression sont couramment utilisés par les guitaristes pour obtenir un effet de "sustain" qui permet à leur guitare de sonner indéfiniment ou presque: lors de l'attaque, la compression fait disparaître le transitoire de forte énergie, puis lors de la résonance, le gain d'amplification croît à mesure que le son décroît, produisant en sortie un signal d'amplitude pratiquement constante.

Enfin les limiteurs sont toujours utilisés comme dispositifs de protection, ou afin d'éviter un écrêtage par saturation: Les limiteurs sont très utilisés en radiodiffusion où ils servent à éviter la saturation des appareils d'émission. Le signal délivré à l'émetteur ne doit en général pas dépasser un niveau maximal de modulation (sous peine d'écrêtage), et le limiteur permet de s'assurer que ce niveau maximal n'est jamais dépassé. Les compresseurs sont également largement utilisés par certaines radios libres pour 'tasser' la dynamique du signal, ce qui permet d'émettre à un niveau constamment élevé.

## 4.2 Flanging/Phasing

### 4.2.1 Définition et origine

Le terme flanging vient de l'origine analogique de cet effet: les disc jockeys avaient découvert que s'ils jouaient le même disque simultanément sur deux platines en mélangeant les deux sorties, ils pouvaient obtenir un effet spécial à ce jour inconnu. Il suffisait de placer le pouce sur le bord de chaque plateau ("flange" en anglais), puis de ralentir tour à tour les deux platines qui se retrouvaient tantôt synchronisées, tantôt légèrement déphasées. Lorsque les deux sorties étaient également amplifiées, le son résultant prenait une coloration spéciale qui variait au cours du temps. C'est l'origine du terme "flanging".

Si l'on modélise ce qui se passe lors du "flanging" analogique, on s'aperçoit que les signaux arrivant des deux platines sont retardés d'un délai qui varie au cours du temps. Lorsque ces signaux sont ajoutés, certaines composantes sinusoïdales sont annulées car elles se retrouvent en opposition de phase. Le "flanging" introduit donc des trous dans le spectre du signal original, et leur position varie au cours du temps. On pourra donc définir:

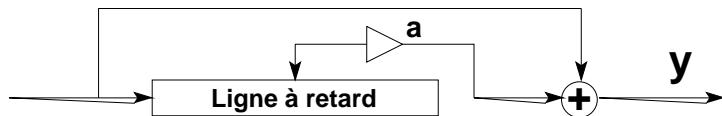
**Flanging:** l'effet par lequel on introduit des zéros équirépartis en fréquence dans le spectre original.

**Phasing:** le même effet lorsque les zéros ne sont plus équirépartis.

### 4.2.2 Le "Flanging"

#### Implémentation

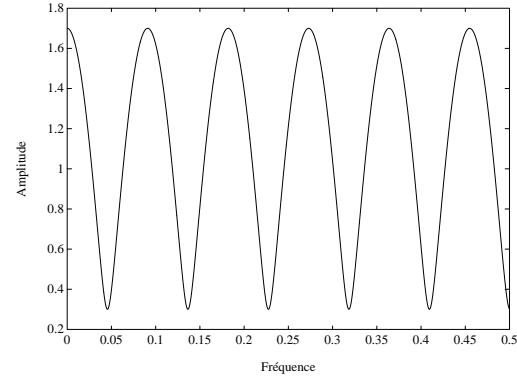
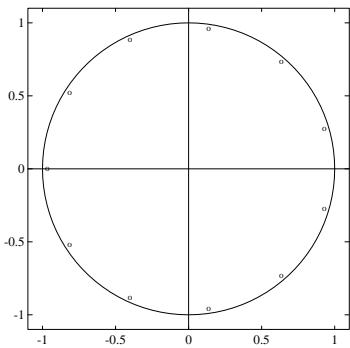
L'opération de "flanging" peut être réalisée en reproduisant en numérique le système analogique décrit ci-dessus [Smith 84, Benson 88]. On implémente donc un retard de longueur variable qui est ajouté au signal original, conformément au schéma ci-dessous:



où le retard subit une variation périodique dans le temps. Si l'on suppose le retard fixé à une valeur donnée  $p$  (en nombre d'échantillons), la fonction de transfert du système est simplement:

$$H(z) = 1 + a z^{-p} \quad \text{d'où} \quad |H(e^{j\omega})| = \sqrt{1 + a^2 + 2a \cos(p\omega)}$$

Le paramètre  $a$  règle le niveau du signal retardé. La fonction de transfert du système figé présente  $p$  minima aux multiples impairs de  $F_e/2p$ :



En théorie, lorsque le paramètre de retard  $p$  varie avec le temps, on ne peut plus parler de fonction de transfert, puisque le filtre n'est plus invariant dans le temps. Toutefois si cette variation est lente, on constate que le système introduit des régions à faible énergie autour de fréquences en rapport harmonique dont la localisation varie au cours du temps.

En général, le retard varie en fonction du temps selon une courbe en dent de scie, avec une période longue (de l'ordre de la seconde). Le résultat est une coloration du signal périodique de même période.

Le paramètre  $a$  permet de régler la profondeur de l'effet: lorsque  $a$  vaut zéro, l'effet disparaît, lorsque  $a$  vaut un, l'effet est maximal. Le rapport en dB du maximum au minimum du module de la fonction de transfert peut s'exprimer en fonction du paramètre  $a$ :

$$R_{dB} = 20 (\log_{10}(1 + a) - \log_{10}(1 - a))$$

où l'on s'aperçoit que pour obtenir un contrôle "linéaire en dB" de l'effet dans la région intéressante ( $a$  voisin de 1), il est utile de le paramétriser par  $\alpha = \log_{10}(1 - a)$  soit  $a = 1 - 10^{-\alpha}$

### Le problème des retards non-entiers

Le retard  $p$  prend toujours une valeur entière, ce qui conduit à des effets désagréables. Si par exemple le retard passe de la valeur 3 à la valeur 4, la fonction de transfert du filtre change radicalement, ce qui peut produire des discontinuités dans le signal de sortie. En effet, si le signal en entrée est une sinusoïde de pulsation  $3\pi/4$ , lorsque  $p$  vaut 3 et  $a = 1$ , son amplitude en sortie est multipliée par 1.84. Lorsque  $p$  vaut 4, son amplitude en sortie devient nulle.

Pour rendre le comportement du flanger plus régulier, il faut utiliser des "retards non-entiers". Pour cela, il faudrait pouvoir disposer de la valeur du signal *entre* les échantillons. Le problème qui se pose ressemble un peu à celui du changement de fréquence d'échantillonnage mais se révèle plus complexe à résoudre.

En théorie, pour déterminer la valeur du signal entre les échantillons, il faut faire la convolution du signal discret par un sinus cardinal (théorème de reconstruction). En pratique, c'est une opération beaucoup trop chère pour les applications temps-réel: non seulement la convolution est à support infini, mais les coefficients du sinus cardinal doivent être recalculés pour chaque nouvelle valeur du retard  $p$ .

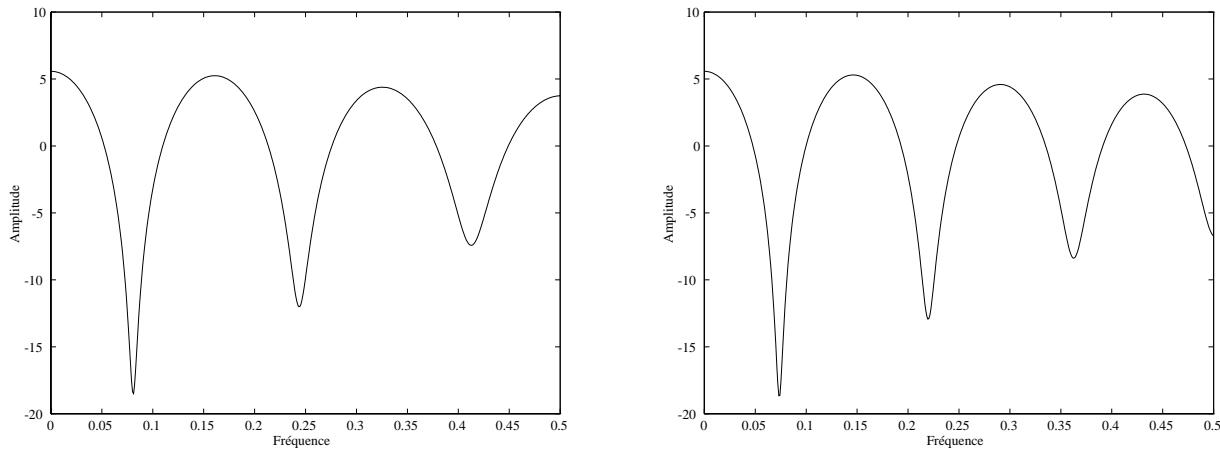
En pratique, on utilise une interpolation linéaire. La valeur intermédiaire du signal est calculée par interpolation linéaire entre les deux échantillons qui l'entourent. Pour une valeur de  $\tau$  fixée, il s'agit donc d'un filtrage linéaire de fonction de transfert:

$$G(z) = (1 - \tau) + \tau z^{-1}$$

où  $\tau$  représente la valeur du retard (en fraction d'échantillon). Le filtre en peigne avec retard non-entier a donc pour fonction de transfert (pour un retard fixé)

$$H(z) = 1 + a(1 - \tau)z^{-p} + \tau z^{-p-1}$$

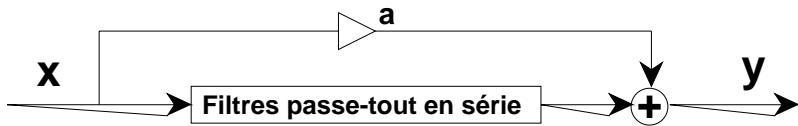
Le retard non entier diminue la profondeur du peigne dans les hautes fréquences ainsi qu'on peut le constater sur la figure suivante pour un retard  $p = 6$ ,  $a = 0.9$  et  $\tau = 0.2$  puis  $\tau = 0.8$  (c'est à dire un retard non entier de 6.2 puis 6.8 échantillons).



L'interpolation linéaire permet d'éviter les problèmes de discontinuité dûs aux variations brusques du retard  $p$ , puisque celui-ci peut maintenant varier "continûment". En contrepartie, interpoler linéairement diminue l'effet de phasing en haute fréquence. Il faut noter cependant que l'interpolation linéaire, malgré son faible coût en calculs possède quelques propriétés intéressantes pour le signal audio. Voir [Rossum 93] pour une discussion de l'utilisation de l'interpolation linéaire dans le cadre de la synthèse.

### Implémentation en passe-tout

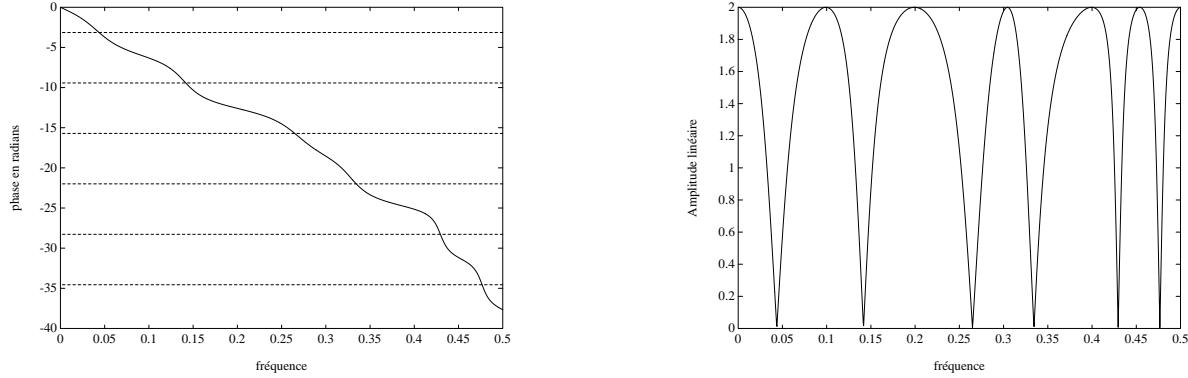
Nous avons vu que par définition, l'effet de "phasing" introduit des zones de faible énergie dans le spectre, à des fréquences qui ne sont plus équiréparties. A l'origine, on cherche à éviter l'équirépartition des fréquences pour éviter l'annulation pure et simple de certains signaux harmoniques dont le fondamental est voisin de  $Fe/2p$  [Smith 84]. Une façon de réaliser cela consiste à remplacer la ligne à retard par un ensemble de filtre passe-tout en série, selon le schéma suivant:



On peut montrer que si le filtre passe-tout constitué des cellules en série possède  $p$  pôles dans le cercle unité, le filtre de phasing correspondant au schéma ci-dessus avec  $a = 1$  possède  $p$  zéros sur le cercle unité. On peut le voir facilement pour une cellule passe-tout du second ordre réelle: la phase en fonction de  $\omega$  est strictement décroissante (voir chapitre 2), elle vaut zéro

pour  $\omega = 0$  et  $-2\pi$  pour  $\omega = \pi$ . Puisqu'elle est continue en  $\omega$ , il existe une valeur  $\omega_0$  pour laquelle la phase de la cellule passe-tout vaut  $-\pi$ . Une sinusoïde de fréquence  $\omega_0$  se retrouve en sortie du passe-tout avec la même amplitude, et un déphasage de  $\pi$ . Lorsqu'elle est ajoutée à elle même, l'opposition de phase génère un signal nul.

Ainsi, la série de cellules passe-tout possède une réponse en phase du type:



où les pointillés sont les multiples impairs de  $-\pi$ . La figure de droite présente la réponse en amplitude du flanger pour cette configuration du filtre passe-tout. On constate que les fréquences auxquelles la réponse en amplitude s'annule ne sont plus multiples d'un fondamental, comme dans le cas du flanger.

L'implémentation en cellules du second ordre permet de contrôler dynamiquement chaque "notch" (entaille) dans la réponse en amplitude du flanger. De plus, cela permet aussi d'éviter le problème de l'interpolation rencontré ci-dessus: pour obtenir un filtrage variant dans le temps, on n'utilise plus un retard variable (qui nécessite une interpolation), mais on modifie les coefficients des cellules passe-tout. On pourrait également réaliser le même type d'effet à l'aide de simple filtre FIR (en positionnant  $p$  zéros sur le cercle unité), mais à cause de la troncature des coefficients des filtres, on n'est plus certain que les zéros sont exactement sur le cercle unité.

### 4.2.3 Le "Phasing"

Comme l'effet de flanging, le phasing est basé sur l'utilisation d'un filtre en peigne variant au cours du temps. Par opposition avec le flanging, ce n'est plus la durée du retard qui varie périodiquement mais le gain  $a$  de la boucle. Ainsi, selon que  $a$  est proche de zéro, ou voisin de 1, la courbe de réponse du "phaser" est plate ou possède des minima équidistants dont les positions sont constantes au cours du temps, mais dont la profondeur varie avec le paramètre  $a$ .

Contrairement au flanging, l'effet de phasing ne nécessite pas d'interpolation.

## 4.3 Modifications de l'échelle temporelle et fréquentielle, harmoniseur

### 4.3.1 Définitions

On s'intéresse dans cette partie aux méthodes permettant de réaliser indépendamment une modification de l'échelle temporelle ou fréquentielle d'un signal:

- La modification de l'échelle temporelle permet d'altérer arbitrairement la durée d'un signal sans en modifier (si possible) le contenu fréquentiel. Bien sûr, la lecture du signal à une fréquence d'échantillonnage différente de celle de l'enregistrement conduit bien à une modification de la durée du signal, mais altère également son contenu fréquentiel (ex: disque 45 tours joué en 33 tours), ce que l'on cherche à éviter.
- La modification de l'échelle fréquentielle ("pitch shifting") est l'opération duale de la précédente, et consiste à modifier la hauteur d'un son donné, *sans en modifier la durée*. On peut distinguer deux types de transposition:
  - 1) Le changement de hauteur *sans modification des formants*. Dans le cas de la voix, il est souvent utile d'avoir un contrôle indépendant du fondamental et des formants. Les méthodes appartenant à cette catégorie sont capables de modifier le fondamental en respectant les positions et les caractéristiques des formants.
  - 2) Le "changement de hauteur simple" ne respecte pas les positions des formants, mais effectue une homothétie de l'axe des fréquences. Ce sont en général des méthodes moins spécifiques de la parole que les précédentes.

Les applications de ces méthodes sont multiples:

- Les techniques de modification de l'échelle temporelle sont utilisées dans le domaine du traitement de la parole (synthèse à partir du texte) pour le rendu de la prosodie. Elles sont également très utiles pour les problèmes de post-synchronisation vidéo/son (par exemple pour ajuster la durée d'une bande son à celle d'un reportage vidéo), et pour la post-synchronisation des dialogues avec l'image (industrie du cinéma). Elles trouvent également des applications dans le domaine de l'enseignement des langues (possibilité de modifier la rapidité d'élocution), ou du contrôle de bande audio (possibilité d'accélérer un enregistrement en maintenant l'intelligibilité de la parole).
- Les techniques de modification de l'échelle fréquentielle sont utilisées principalement pour la synthèse de la parole à partir du texte (rendu de la prosodie).

Les méthodes permettant de réaliser une modification de l'échelle temporelle ou fréquentielle se répartissent en deux catégories: méthodes paramétriques, reposant sur un modèle de signal précis (par exemple, modèle sinusoïdal), et méthodes non-paramétriques (où il n'est fait aucune hypothèse sur la nature du signal traité). Nous n'étudions ici que les méthodes non-paramétriques, les méthodes reposant sur différents modèles de signaux sont étudiées au chapitre 5.

Les méthodes non-paramétriques peuvent se répartir à nouveau en deux catégories: méthodes travaillant dans le domaine temporel et méthodes travaillant dans le domaine fréquentiel.

### 4.3.2 Méthode temporelle "pitch synchrone"

Cette méthode (dénommée TD-PSOLA, Time-Domain Pitch-Synchronous Overlap-Add) suppose que l'on traite un signal de parole dont on connaît la période (déterminée par l'une des méthodes présentées au chapitre précédent).

L'idée [Moulines 90] est encore fondée sur l'hypothèse que le signal de parole est constitué d'impulsions glottales filtrées par le conduit vocal. On observe ainsi une succession de réponses impulsionales, positionnées à des temps multiples de la période (hypothèse du peigne temporel convolué avec la réponse impulsionale du conduit vocal).

On définit d'abord des 'marques d'analyses' synchrones de la fréquence fondamentale pour les parties voisées, positionnées sur la forme d'onde à chaque période. Les modifications d'échelles sont alors effectuées de la façon suivante:

#### Modification de l'échelle temporelle.

Pour modifier la durée du signal sans en altérer la fréquence fondamentale, on va simplement dupliquer (étirement temporel) ou éliminer (compression temporelle) des périodes de la forme d'onde, en fonction du taux de modification désiré. On est donc conduit à définir des marques de synthèse également synchrones du fondamental, associées aux marques d'analyse (de façon non-bijective puisque certaines marques sont dupliquées ou éliminées).

Les signaux à court-terme situés autour de chaque marque d'analyse sont alors extraits (par l'utilisation d'une fenêtre temporelle-par exemple de type hanning- de durée égale à deux périodes et centrée sur la marque d'analyse) et 'recopiés' autour des marques de synthèse correspondantes et le signal modifié est obtenu par une simple méthode d'"overlap/add". La figure 4.2 illustre le principe de cette méthode pour un taux d'étirement temporel local de 1.5.

On voit que deux périodes du signal original ont donné naissance à trois périodes dans le

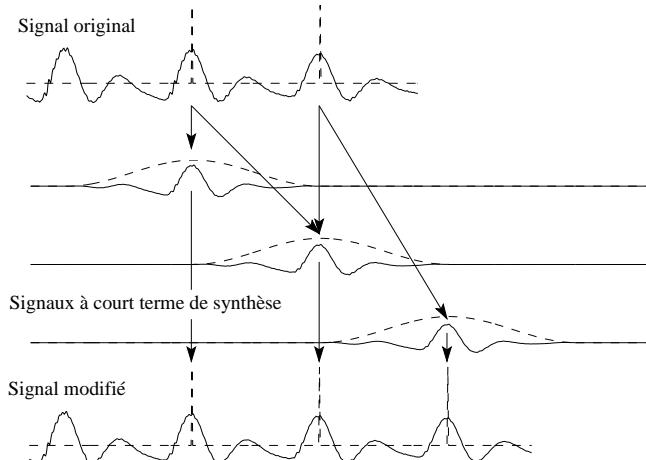


Figure 4.2: Modification de la durée du signal par la méthode TD-PSOLA. En haut, le signal original, au milieu trois signaux à court-terme générés à partir des deux signaux à court-terme centrés autour des deux premières marques d'analyse. En bas, signal modifié.

signal modifié, ce qui correspond bien à un étirement temporel mais la durée de la période n'est pas modifiée (l'écartement des marques de synthèse est le même que celui des marques

d'analyse), la fréquence fondamentale du signal est conservée. La figure 4.3 donne un exemple d'application à la phrase 'il s'est'. On remarque la partie non-voisée au centre de la fenêtre (le son 's'), séparant les deux parties voisées /i/ et /e/.

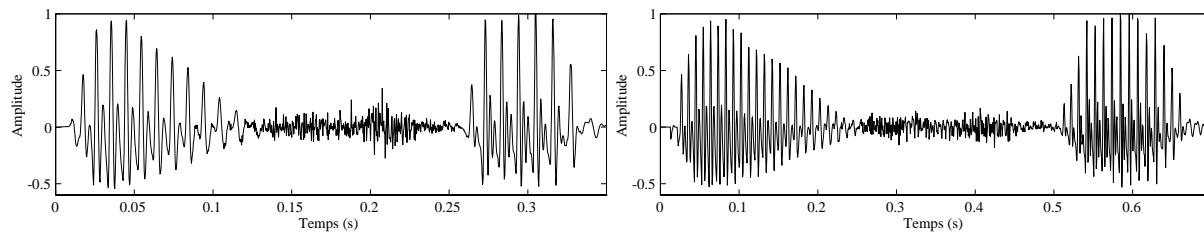


Figure 4.3: Modification de la durée du signal par la méthode TD-PSOLA. A gauche: signal original; à droite: signal étiré d'un facteur 2. Le signal est la phrase 'il s'est'.

### Modification de l'échelle fréquentielle.

Si l'on est capable de positionner dans le signal les marques d'analyse exactement sur le début de chaque onde glottale (réponse impulsionnelle du conduit vocal se produisant à chaque fermeture glottale), on conçoit que diminuer (resp. augmenter) l'intervalle de temps séparant deux marques d'analyse consécutives va permettre d'augmenter (resp. de diminuer) la fréquence du fondamental, sans que les formants soient modifiés (la réponse impulsionnelle n'est pas modifiée, en particulier sa décroissance temporelle et ses fréquences de résonance–les formants).

On est ainsi conduit à définir des marques de synthèse correspondant à la valeur modifiée du fondamental, et à les associer aux marques d'analyse comme précédemment. Puisque les marques de synthèse sont plus serrées (élévation du fondamental) ou écartées (abaissement du fondamental) que dans le signal original, il faut pour conserver la durée du signal dupliquer ou éliminer certaines marques. La figure 4.4 illustre le principe de cette méthode. On constate que les marques de synthèse étant plus écartées que les marques d'analyse, la période du signal est allongée. Pour éviter une élongation du signal, il est nécessaire d'éliminer périodiquement certains signaux à court-terme.

Lorsque le signal ne possède plus de fréquence fondamentale bien précise (cas des consonnes etc...), la modification est réalisée de façon non-synchrone, jusqu'à ce que l'on retrouve une région présentant un fondamental plus net.

La méthode décrite ci-dessus est appliquée principalement à la parole, et réalise des modifications de très bonne qualité. Par sa simplicité, elle peut faire l'objet d'une implémentation temps réel. En revanche, son application à des sons plus complexes, ou dénués de "pitch" (cas de la musique en général) pose de sérieux problèmes.

Les modifications de fondamental sont cependant très sensibles à la position des marques d'analyse. Pour rendre la méthode plus robuste, les modifications de l'échelle fréquentielle peuvent être réalisées dans le domaine des fréquences (méthode FD-PSOLA) [Moulines 90, Moulines 95].

Pour d'autres méthodes basées sur des idées très similaires, on pourra se référer à [Scott 72, Wayman 88, Malah 79, Hardam 90]

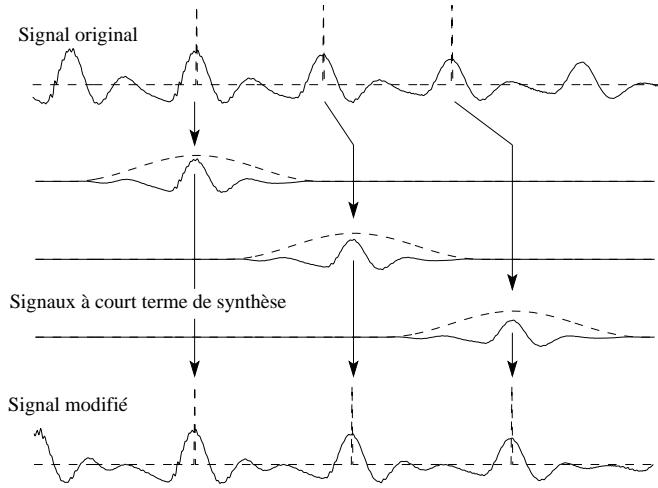


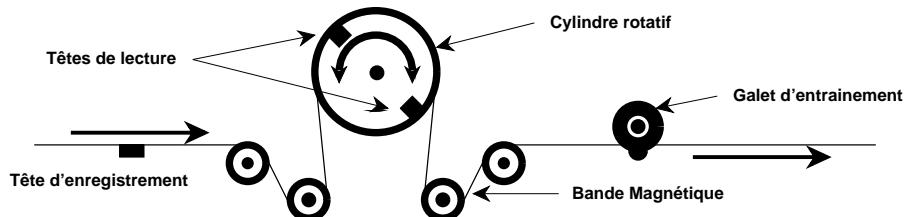
Figure 4.4: Modification de la hauteur du signal par la méthode TD-PSOLA. En haut, le signal original, au milieu trois signaux à court-terme générés à partir des trois premières marques d'analyse. En bas, signal modifié. L'écartement des marques de synthèse n'est pas identique à celui des marques d'analyse.

#### 4.3.3 La technique de la mémoire circulaire

La technique de la mémoire circulaire est la plus simple et la plus ancienne des techniques de modification de l'échelle temporelle et fréquentielle [Benson 88]. Il s'agit également d'une méthode fonctionnant dans le domaine temporel.

##### L'origine analogique

Cette technique dérive d'un système analogique proposée dans les années 50 [Fairbanks 54]. Elle consiste à utiliser un magnétophone muni d'une tête rotative. La bande en boucle fermée s'enroule sur la moitié du cylindre (comme pour les magnétoscopes et les DAT) et défile à vitesse constante. Le cylindre est muni de deux têtes de lecture diamétralement opposées dont les signaux sont mélangés avec un gain identique. Il est possible de contrôler le sens de rotation et la vitesse du cylindre.



Lorsque le cylindre est immobile, la bande défile de façon identique devant la tête d'enregistrement et devant l'une des têtes de lecture. Le signal lu est donc identique au signal enregistré (aux erreurs d'enregistrement près).

Lorsque le cylindre tourne en sens inverse du défilement de la bande, la vitesse relative  $V_r$  de défilement de la bande par rapport à la tête de lecture est supérieure à sa vitesse de défilement absolue  $V_a$ . Pendant la durée du contact entre la tête de lecture et la bande, le signal est

donc lu plus rapidement qu'il n'a été enregistré, ce qui correspond à une dilatation de l'axe des fréquences. La présence de deux têtes assure la continuité grâce à un "cross-fade" naturel (lorsqu'une tête quitte la bande, l'autre s'en rapproche, de sorte que le signal total ne diminue pas). On remarque que certaines portions du signal peuvent être lues *deux ou plusieurs fois*, en fonction de la vitesse de rotation de la tête. C'est cette relecture qui permet de conserver la durée du signal.

A l'inverse, lorsque le cylindre tourne dans le sens de défilement de la bande, le contenu en fréquence du signal est contracté vers l'origine puisque la bande est lue à une vitesse moindre qu'elle n'est enregistrée. Dans ce cas, certaines portions du signal peuvent ne pas être lues du tout.

Le rapport de l'homothétie en fréquence s'exprime par:

$$\alpha = \frac{V_r}{V_a} = \frac{V_a + R \Omega_{cylindre}}{V_a}$$

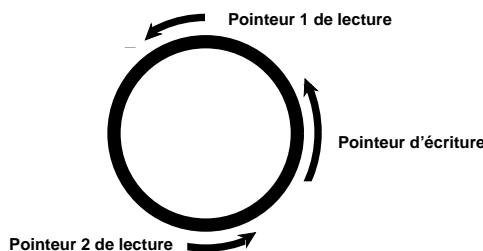
où  $V_a$  est la vitesse de défilement de la bande devant la tête d'enregistrement,  $V_r$  la vitesse relative de la bande par rapport à la tête de lecture,  $\Omega_{cylindre}$  la vitesse de rotation du cylindre en radians  $s^{-1}$ , et  $R$  le rayon du cylindre.

Dans tous les cas, l'alternance régulière des deux têtes se traduit par un "bruit" périodique de fréquence  $\Omega_{cylindre}/\pi$ .

Les modifications de l'échelle temporelle du signal sont obtenues par exemple en enregistrant le signal une première fois sur la bande, puis en le rejouant avec une vitesse de défilement de bande multipliée par un facteur  $\alpha$ . En l'absence de rotation de la tête de lecture, la hauteur du signal est bien sûr multipliée par le facteur  $\alpha$ , ce que l'on cherche à éviter. On compense donc le changement de hauteur par une rotation appropriée de la tête de lecture.

## Implémentation numérique

La plupart des modificateurs de pitch disponibles dans le commerce sont basés sur une réalisation numérique du système décrit ci-dessus. La bande magnétique est remplacée par une mémoire circulaire dans laquelle on place les échantillons du signal en entrée. Cette mémoire circulaire est lue par deux pointeurs diamétralement opposés.



A chaque échantillon écrit dans la mémoire (toutes les  $\Delta T$  secondes), on avance les pointeurs de lectures de  $\alpha \Delta T$  secondes, où  $\alpha$  est le taux de modification, puis on lit un échantillon dans la mémoire. En général (pour les valeurs de  $\alpha$  non entières), on se retrouve entre deux échantillons, et comme dans le cas du "flanger", il est nécessaire de calculer la valeur du signal à cet instant. Ici aussi, une simple interpolation linéaire convient.

Ainsi, le signal est lu avec une fréquence d'échantillonnage différente de celle à laquelle il a été écrit, ce qui provoque une modification de l'échelle des fréquences de taux  $\alpha$ . Un problème se pose lorsque le pointeur de lecture rattrape (lorsque  $\alpha > 1$ ) ou est rattrapé (lorsque  $\alpha < 1$ ) par le pointeur d'écriture. Comme dans l'équivalent analogique, la continuité est assurée par un mixage des deux pointeurs au moment où se produit la rencontre ("cross-fade"): l'échantillon lu par le pointeur de lecture courant (par exemple le pointeur 1) subit une pondération décroissante tandis que celui lu par l'autre pointeur de lecture (le pointeur 2) subit une pondération croissante. Finalement, le second pointeur devient le pointeur courant, et garde sa pondération maximale, jusqu'à ce que le pointeur d'écriture s'en rapproche.

Implémenté de cette façon, le pitch shifter a un comportement sensiblement équivalent à son homologue analogique (à ceci près qu'il est plus facilement paramétrable). Son implémentation en temps réel ne pose pas de problème particulier, puisqu'il ne réclame que très peu de calculs. Il produit malheureusement un bruit artificiel qui provient du mixage périodique des deux pointeurs de lecture. Pour tenter d'améliorer la qualité obtenue, on cherche à mieux raccorder les signaux lus par les deux pointeurs de lecture, de façon un peu similaire à ce qui est fait dans les méthodes synchrones. On peut par exemple utiliser la fonction d'autocorrélation du signal pour déterminer l'endroit le plus adéquat pour le "cross-fading" [Dattorro 87, Laroche 93].

### Modification de la durée par la technique de la mémoire circulaire

Comme son homologue analogique, la technique du buffer circulaire peut être également utilisée pour la modification de l'échelle temporelle: Si l'on dispose d'un pitch shifter à mémoire circulaire, et que l'on veut effectuer un "time scaling" de paramètre  $\alpha$ , il suffit de changer la fréquence d'échantillonnage du signal d'un taux  $\alpha$ , puis de le traiter par le pitch shifter. Ainsi, pour ralentir le signal 2 fois, il suffit de le sur-échantillonner 2 fois. Si l'on écoute le signal obtenu à la fréquence originale, il sera deux fois plus long, mais aussi une octave plus grave. Il suffit donc de l'écouter à la fréquence originale en intercalant un pitch shifter de taux  $\alpha = 2$ .

On se rend rapidement compte qu'il est plus simple de faire les deux opérations une seule fois: La technique consiste alors à répéter ou éliminer périodiquement des portions de signal pour en augmenter (ou diminuer) la durée. Vue sous cet angle, cette technique (qui prend alors le nom de 'splicing method') se rapproche d'une technique TD-PSOLA dans laquelle on ne connaît pas la valeur de la fréquence fondamentale. Les artefacts inhérents à cette méthode, qui proviennent des ruptures de la périodicité du signal lors des répétitions ou des éliminations peuvent être considérablement réduits par l'utilisation de méthodes basées sur l'autocorrélation du signal pour optimiser la longueur et l'emplacement des portions de signal à dupliquer ou à détruire [Lee 72, Dattorro 87, Laroche 93, Roucos 85, Sylvestre 92, Verhelst 93].

#### 4.3.4 Utilisation du vocodeur de phase

Il est possible d'utiliser la transformée de Fourier à court terme pour effectuer une modification temporelle ou fréquentielle du signal. La méthode utilisée fonctionne alors dans le domaine des fréquences, contrairement aux méthodes précédentes.

On se référera au chapitre 5.2 pour une présentation de la transformée de Fourier à court terme (également appelée vocodeur de phase) dans ses aspects plus théoriques.

La méthode [Portnoff 81b, Portnoff 80, Moorer 78, Seneff 82] est basée sur l'hypothèse que le signal est composé de sinusoïdes dont les caractéristiques (fréquence, amplitude) varient 'lentement' au court du temps. De plus, on suppose que la longueur de la transformée de Fourier est suffisamment grande pour qu'une sinusoïde au plus ne tombe dans un canal de FFT (la transformée de Fourier à court-terme peut en effet être interprétée comme un banc de filtres, voir le paragraphe 5.2.2). On vérifie alors que pour un canal donné, deux valeurs successives de la transformée de Fourier à court-terme  $X(p, \omega_k)$  et  $X(p + 1, \omega_k)$  ( $\omega_k$  représente le canal considéré et  $p$  l'indice temporel de la transformée de Fourier à court-terme) permettent de calculer la valeur de la fréquence instantanée de la sinusoïde située dans le canal.

En effet, la transformée de Fourier à court-terme peut être exprimée sous la forme

$$X(p, \omega_k) = A(p, \omega_k) \exp(j\phi(p, \omega_k))$$

Supposons que celle-ci n'est pas sous-échantillonnée (c'est à dire que  $X(p + 1, \omega_k)$  correspond à une fenêtre d'analyse placée un échantillon après celle correspondant à  $X(p, \omega_k)$ ). On vérifie que lorsque la fenêtre d'analyse est à phase nulle,  $\phi(p, \omega_k)$  est égal à la phase instantanée de la sinusoïde dans le canal, au centre de la fenêtre d'analyse temporelle d'indice  $p$ . Il suffit alors de différentier  $\phi(p, \omega_k)$  par rapport à  $p$  pour obtenir la fréquence instantanée  $\omega_s$  de la sinusoïde dans le canal  $k$ . Lorsque la transformée de Fourier à court-terme est sous-échantillonnée (ce qui est le cas général,) la fréquence instantanée  $\omega_s$  de la sinusoïde peut toujours être calculée à condition que les fenêtres d'analyse se recouvrent suffisamment. De plus,  $A(p, \omega_k)$  donne une estimation de l'amplitude de la sinusoïde dans le canal d'indice  $k$ . Voir [Moulines 95] ou [Portnoff 81b] pour les détails.

A partir des valeurs des amplitudes et des fréquences instantanées des sinusoïdes dans chaque canal de FFT, il est possible de modifier la durée ou la hauteur du signal:

### Modification temporelle.

Pour modifier la durée du signal, on va simplement écarter les instants de synthèse, en modifiant la phase  $\phi(p, \omega_k)$  de la transformée de Fourier dans chaque canal en fonction la fréquence instantanée  $\omega_s$ . Ainsi on aura

$$\phi(p + 1, \omega_k) = \phi(p, \omega_k) + \omega_s R$$

où  $R$  représente l'intervalle temporel en échantillon séparant les instants de synthèse d'indice  $p$  et  $p + 1$ . La fréquence instantanée étant préservée, seul le déroulement temporel du signal est altéré par cette opération.

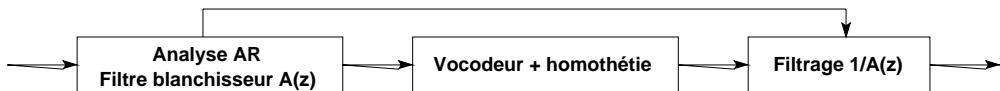
### Modification fréquentielle.

Pour modifier la hauteur du signal, la technique la plus simple consiste à multiplier les fréquences instantanées par le facteur de modification, et à effectuer une synthèse par sinusoïdes à partir des valeurs des amplitudes et des fréquences instantanées. En d'autre terme, la synthèse n'est plus réalisée par overlap-add, mais par un banc d'oscillateur.

Un autre possibilité consiste à dilater ou contracter l'axe des fréquences. Puisque les valeurs des amplitudes et des phases ne sont connues qu'en un nombre discret de points, et qu'en général l'homothétie n'a pas un rapport entier, il faut être capable d'estimer la transformée de Fourier

à court terme *entre* les points de FFT. Pour cela on interpole les valeurs des parties réelles et imaginaires entre les valeurs discrètes données par le vocodeur de phase. Une interpolation cubique ("cubic spline") permet de respecter la continuité et la dérivabilité des courbes obtenues (fonction de la variable fréquence). Lors de la reconstruction du signal temporel par overlap-add, il faut faire particulièrement attention à la concordance des phases entre les fenêtres de synthèse successives, voir [Moulines 95] pour plus de détails. Les opérations décrites ci-dessus réalisent une simple homothétie sur l'axe des fréquences, donc modifient non seulement le fondamental, mais aussi les positions des formants.

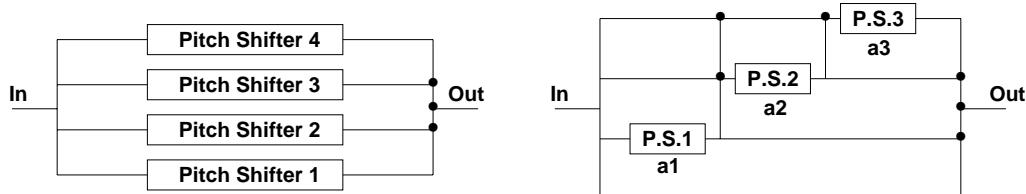
Pour conserver les formants intacts, une méthode consiste à blanchir préalablement le signal par un filtrage adaptatif (du type AR par exemple), effectuer l'homothétie en fréquence, puis refiltrer le signal par le filtre inverse, selon le schéma ci-dessous



La technique du vocodeur de phase a pour principal avantage de ne pas faire d'hypothèse sur la nature du signal traité, de sorte qu'elle s'applique aussi bien au signal de parole qu'à la musique. C'est une méthode qui donne de bons résultats pour les sons audio, avec relativement peu de défauts audibles. Son principal inconvénient reste sa complexité qui rend difficile l'implémentation en vue d'un fonctionnement temps-réel aux fréquences d'échantillonnage élevées (48 kHz).

#### 4.3.5 Harmoniseur

L'harmoniseur est une généralisation du changeur de fréquence (proposée la première fois dans les années 70 par Tony Agnello qui travaillait chez Eventide). Plusieurs changements de fréquence sont effectués simultanément, et leur sorties sommées. On choisit en général des changements de fréquence correspondant à la gamme tempérée (pour les applications musicales). Il s'agit alors d'une transposition.



La première implémentation (figure de gauche) produit à partir d'un signal quatre transpositions. La seconde permet de produire plus de transpositions en économisant le nombre de transposeurs. A partir de trois transposeurs de rapport  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ , le signal obtenu en sortie comporte les transpositions 1,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_1 \times a_2$ ,  $a_1 \times a_3$ ,  $a_2 \times a_3$ ,  $a_1 \times a_2 \times a_3$ . Avec  $N$  transposeurs on peut ainsi réaliser  $2^N$  transpositions. Les harmoniseurs de ce type sont le plus souvent utilisés pour des transpositions d'octave car la transposition systématique d'un intervalle constant ne satisfait pas les règles les plus élémentaires de l'harmonie en musique (sauf si cet intervalle est une octave). Il suffit pour s'en convaincre d'observer la transposition à la

tierce majeure d'un mode de Do majeur: le mode transposé n'appartient plus au mode de Do majeur puisqu'il inclut des notes "étrangères" (Fa dièse, Sol dièse, Do dièse et Ré dièse). Une nette amélioration des harmoniseurs est apparue récemment qui permet de mieux respecter les principes (élémentaires) de l'harmonie musicale: dans ce type d'harmoniseur, la transposition n'est pas fixe, mais varie en fonction de la note jouée de façon que la mélodie transposée appartienne à un mode musical donné. Dans l'exemple précédent, la transposition sera d'une tierce majeure ou mineure en fonction de la note jouée. Ce type d'harmoniseur utilise un détecteur de fondamental pour déterminer la fréquence du son et la note correspondante.

## 4.4 Le "chorusing"

A partir d'une source sonore unique, l'effet de "chorusing" cherche à imiter le son produit par l'écoute simultanée de plusieurs sources similaires. Ainsi pour une guitare, l'effet de chorusing tente de donner l'impression que plusieurs guitaristes jouent simultanément.

Les effets de "chorusing" reposent essentiellement sur la même idée: dans un ensemble de chanteurs ou d'instrumentistes, il n'y en a pas deux qui soient "accordés" de façon exactement similaire (c'est à dire, qui produisent exactement le même son, à la même hauteur). De plus, leur différence de hauteur ne reste pas constante dans le temps. D'où l'idée d'ajouter au signal initial des copies de hauteur légèrement différente, avec un désaccord variant dans le temps. Deux solutions peuvent être adoptées: l'utilisation de "pitch shifters" et l'utilisation de filtres passe-tout variant dans le temps.

### 4.4.1 Implémentation par changement de fréquence

Pour obtenir plusieurs copies du signal de hauteur légèrement différente, on peut utiliser un harmoniseur. En utilisant deux modules de changement de hauteur de rapports  $a_1$  et  $a_2$ , on peut obtenir les transpositions: 1,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_1 \times a_2$ . On a ainsi l'impression de quatre sources simultanées.

Les rapport  $a_1$  et  $a_2$  sont généralement très voisins de l'unité. En effet, si dans un groupe instrumental l'un des musiciens jouait plus d'un quart de ton en dessous des autres, le résultat serait musicalement inacceptable. En pratique, on utilise des écarts inférieurs à 2 commas (en musique, le comma est le neuvième du ton, soit 1.2%). De plus, on fait varier ces écarts dans le temps, pour éviter les battements audibles, etc...

Cette solution est toutefois relativement chère, puisqu'elle nécessite l'utilisation d'harmoniseurs.

### 4.4.2 Implémentation par filtre passe-tout à retard variable

#### Effet d'un simple retard variable

Lorsqu'un signal est lu avec un retard variable dans le temps, selon la figure ci-dessous, il subit en fait une opération de ré-échantillonnage.



En effet, en supposant le signal  $x(t)$  connu à tous les instants  $t$ ,

$$y(t) = x(t - \tau(t)) \quad \text{devient} \quad y_n = y(n\Delta T) = x(n\Delta T - \tau(n\Delta T))$$

où l'on voit que le signal  $y_n$  correspond au signal  $x(t)$  échantillonné aux instants  $n\Delta T - \tau(n\Delta T)$ . Si par exemple

$$\tau(t) = \alpha t \quad \text{alors} \quad y_n = x(n\Delta T(1 - \alpha))$$

ce qui montre que le signal  $y_n$  est obtenu par ré-échantillonnage du signal  $x_n$  à la nouvelle fréquence d'échantillonnage  $Fe' = Fe/(1 - \alpha)$ . Plus généralement, pour un retard  $\tau(t)$  non linéaire en  $t$ , le signal est ré-échantillonné à une fréquence d'échantillonnage *locale*

$$Fe'(t) = Fe \left(1 - \frac{d\tau}{dt}\right)^{-1}$$

d'où l'idée d'utiliser un retard variable pour modifier localement la fréquence d'échantillonnage [Blesser 78]. Ce ré-échantillonnage pose quelques problèmes de repliement spectral (voir plus loin).

Bien sûr, un retard linéaire en  $t$  ne convient pas car la ligne à retard a une durée finie. En pratique, on utilise un retard périodique, sinusoïdal ou en dents de scie, de fréquence  $\omega_0$ :

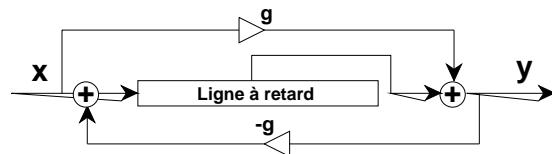
$$\tau(t) = \tau_0 + \alpha \sin(\omega_0 t) \quad \text{alors} \quad Fe'(t) = Fe \left(1 - \alpha \omega_0 \cos(\omega_0 t)\right)^{-1} \approx Fe \left(1 + \alpha \omega_0 \cos(\omega_0 t)\right)$$

où l'on voit que  $Fe'(t)$  est tantôt supérieure tantôt inférieure à  $Fe$ , et la mémoire tampon a une longueur  $\tau_0 + \alpha$ . On peut également utiliser un retard à caractère aléatoire [Blesser 78]. Puisque le signal  $y_n$  est calculé en échantillonnant  $x(t)$  avec une fréquence d'échantillonnage localement variable, mais écouté à une fréquence d'échantillonnage constante, le signal original  $x(t)$  subit une contraction/dilatation périodique de l'axe des fréquences, ce qui correspond bien à une variation de hauteur périodique.

Ce principe est à la base de l'implémentation de "chorus" en filtre passe-tout à retard variable.

### Implémentation en passe-tout

Si la sortie du dispositif ci-dessus est simplement ajoutée au signal direct, on retrouve le schéma du "flanger", et de façon comparable, le signal subit de profondes altérations de son spectre. Pour éviter ce problème, on applique le principe du retard variable à un (ou plusieurs) filtre passe-tout:

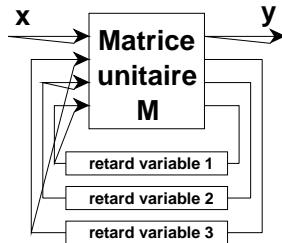


Ainsi, pour un retard donné (entier)  $p$ , la fonction de transfert s'écrit

$$H(z) = \frac{g + z^{-p}}{1 + gz^{-p}}$$

qui est bien celle d'un filtre passe-tout. Ainsi, on conserve la propriété de changement de fréquence périodique, en évitant les problèmes d'altération du spectre (en réalité, si le filtre *statique* est bien passe-tout, lorsque le retard varie la propriété passe-tout n'a plus vraiment de sens, et en pratique, on constate de légères variations timbrales).

Le schéma ci-dessus peut être généralisé à plusieurs lignes à retard de la façon suivante [Puckette]:



On peut en effet montrer que si la matrice  $M$  est unitaire, alors le filtre réalisé par la figure ci-dessus (lorsque les retards sont fixes) est bien passe-tout. En faisant varier les retards de façon indépendante, on obtient plusieurs répliques du signal original avec des glissements de fréquence variables dans le temps.

### Problèmes liés à l'interpolation linéaire

Comme pour l'effet de phasing, le retard doit varier dans le temps et pour éviter les problèmes de discontinuités en sortie, il est nécessaire d'utiliser des retards non-entiers. Lorsque le retard varie rapidement dans le temps, l'interpolation linéaire se traduit par un rééchantillonnage du signal qui n'est pas à bande limité! En effet, interpoler linéairement entre les échantillons du signal revient à convoluer le signal échantillonné par une fonction triangulaire de hauteur 1 et de largeur deux périodes d'échantillonnage.

$$\tilde{x}(t) = \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \delta(t-n) \right) * w(t) \quad \text{avec} \quad w(t) = \begin{cases} \Delta T(t + 1/\Delta T) & \text{pour } -1/\Delta T < t < 0 \\ \Delta T(1/\Delta T - t) & \text{pour } 0 < t < 1/\Delta T \end{cases}$$

Cette opération donne en sortie un signal à temps continu  $\tilde{x}(t)$  dont le spectre est le spectre du signal original périodisé (à cause de l'échantillonnage), et multiplié par la transformée de Fourier de la fonction triangulaire, un sinus cardinal au carré. Le signal à temps continu  $\tilde{x}(t)$  est ensuite ré-échantillonné avec une période d'échantillonnage  $(1 - \alpha)\Delta T$  et cela sans filtrage passe-bas préalable. Ce ré-échantillonnage qui n'est pas à bande limitée produit donc un repliement spectral. Pour les signaux audio dont le spectre est principalement localisé en basse-fréquence, ce repliement spectral ne pose pas de problème majeur [Rossum 93]. De plus, l'effet de chorusing a tendance à masquer les artifacts dus au ré-échantillonnage imparfait.

## 4.5 Distorsion

### 4.5.1 Idée générale

Bien que la distorsion du signal soit un effet généralement indésirable dans une installation haute fidélité, c'est aussi un effet recherché dans certains cas, notamment par les guitaristes

(encore eux!) Une distorsion du signal est aisément obtenue en le faisant circuler à travers une fonction de transfert non linéaire:

$$y(t) = f(x(t)) \quad \text{avec } f(u) \text{ non linéaire}$$

La fonction de transfert non linéaire fait apparaître dans le spectre des composantes qui n'y figuraient pas originellement. En particulier, si  $x_n$  est composé d'une somme de sinusoïdes, et si l'on peut développer  $f(u)$  en série de Maclaurin autour de 0,

$$f(u) = f(0) + uf'(0) + \frac{u^2 f''(0)}{2!} + \frac{u^3 f'''(0)}{3!} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{u^i}{i!} \frac{d^i f}{du^i}$$

on voit que le signal  $x_n$

$$x_n = \sum_{i=-p}^p e^{j\omega_i n}$$

passé à travers la fonction  $f$  apparaît comme une somme pondérée de ses puissances entières, et l'on a donc

$$y_n = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i (x_n)^i \quad \text{où} \quad (x_n)^i = \sum_{-p \leq j(k) \leq p} e^{j(\omega_{j(0)} + \omega_{j(1)} + \dots + \omega_{j(i-1)})}$$

Pour un signal composé de sinusoïdes réelles, les termes  $\omega_i$  apparaissent par paires de signes opposés. Par suite, le signal en sortie  $y_n$  contient des composantes sinusoïdales dont les fréquences sont toutes les sommes et les différences des multiples des fréquences originales  $\omega_i$ . Ainsi, un couple de sinusoïdes  $x_n = \cos(\omega_1) + \cos(\omega_2)$  donnera en sortie un signal qui en général contiendra les fréquences  $\omega_1, \omega_2, \omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_2, 2\omega_1$  etc...

Si  $x_n$  est périodique,  $y_n$  est également périodique de même période, mais son contenu spectral est modifié.

#### 4.5.2 Implémentation à l'aide de polynômes de Chebyshev

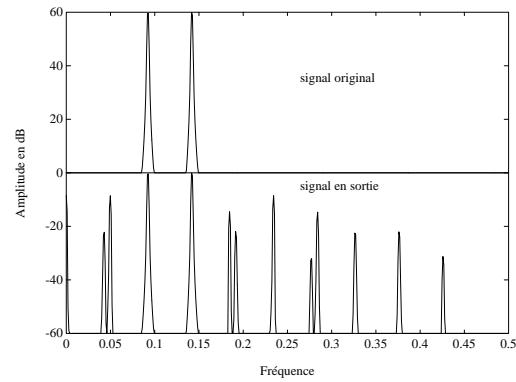
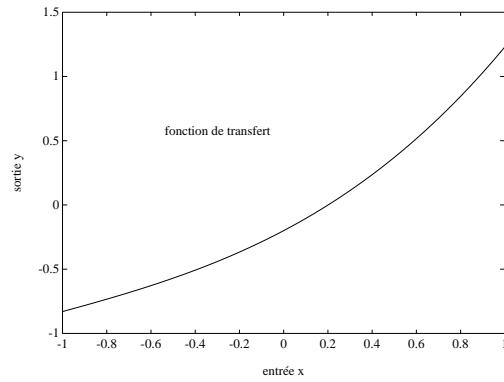
Une façon de choisir la fonction de transfert consiste à considérer en entrée un signal purement sinusoïdal, et tenter de contrôler le nombre et les amplitudes des harmoniques qui apparaissent après transformation non-linéaire. On utilise pour cela les polynômes de Chebyshev  $T_i$  qui possèdent la propriété

$$T_i(\cos(\theta)) = \cos(i\theta)$$

Ces polynômes peuvent être calculés par:

$$T_0(x) = 1, T_1(x) = x \quad \text{et} \quad T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) + T_{n-1}(x) = 0$$

Cette propriété intéressante permet de doser le degré de distorsion obtenu par le système. On voit qu'en choisissant pour  $f(u)$  une somme pondérée de polynômes de Chebyshev, on fait apparaître dans le signal  $f(\cos(\omega n))$  une somme pondérée de certaines fréquences multiples de  $\omega$ . Ci-dessous, un exemple de fonction de transfert obtenue de cette façon, avec un ordre maximal de 3 ( $P(x) = 0.12x^3 + 0.4x^2 - 0.91x - 0.2$ ), et un signal original comportant deux sinusoïdes avant et après distorsion.



où l'on voit que le signal traité comporte les fréquences multiples des deux fréquences originales (jusqu'à un facteur 3), mais aussi les multiples de leur différences etc...

Puisque la fonction  $f(u)$  est non-linéaire, la distorsion générée par son application au signal  $x_n$  dépend fortement de l'amplitude maximale du signal: pour un signal de très faible niveau,  $f(u)$  peut être considérée comme linéaire (si son terme constant est nul) et la distorsion devient faible.

## 4.6 Bibliographie du chapitre 4

[Benson 88] J. Benson. *Audio Engineering Handbook*. mcGraw-Hill, New York, 1988.

[Blesser 78] B. A. Blesser and J. M. Kates. Digital processing of audio signals. In Alan V. Oppenheim, editor, *Applications of Digital Signal Processing*, chapter 2. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1978.

[Dattorro 87] J. Dattorro. Using digital signal processor chips in a stereo audio time compressor/expander. *Proc. 83rd AES Convention, New York*, Oct 1987. preprint 2500 (M-6).

[Fairbanks 54] G. Fairbanks, W.L. Everitt, and R.P. Jaeger. Method for time or frequency compression-expansion of speech. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, vol. AU-2, pp. 7–12, Jan 1954.

[Hardam 90] E. Hardam. High quality time scale modification of speech signals using fast synchronized overlap add algorithms. *Proc. IEEE ICASSP-90*, pp. 409–412, 1990.

[Laroche 93] J. Laroche. Autocorrelation method for high quality time/pitch scaling. *IEEE ASSP Workshop on app. of sig. proc. to audio and acous.*, 1993.

[Lee 72] F. Lee. Time compression and expansion of speech by the sampling method. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 20 (9), pp. 738–742, 1972.

[Malah 79] D. Malah. Time-domain algorithms for harmonic bandwidth reduction and time scaling of speech signals. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 27 (2), pp. 121–133, 1979.

[McNally 84] G. W. McNally. Dynamic range control of digital audio signals. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 32 (5), May 1984.

[Moorer 78] J. A. Moorer. The use of the phase vocoder in computer music applications. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 26 (1), 1978.

[Moulines 90] E. Moulines and F. Charpentier. Pitch-synchronous waveform processing techniques for text-to-speech synthesis using diphones. *Speech Communication*, vol. 9 (5/6), pp. 453–467, Dec 1990.

[Moulines 95] E. Moulines and J. Laroche. Non parametric techniques for pitch-scale and time-scale modification of speech. *Speech Communication*, vol. 16, pp. 175–205, Feb 1995.

[Portnoff 80] M. R. Portnoff. Time–frequency representation of digital signals and systems based on short–time fourier analysis. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-28, pp. 55–69, Feb 1980.

- [Portnoff 81] R. Portnoff. Time-scale modifications of speech based on short-time Fourier analysis. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29 (3), pp. 374–390, 1981.
- [Puckette ] M. Puckette. Private communication.
- [Rossum 93] D. Rossum. Constraint based audio interpolators. *IEEE ASSP Workshop on app. of sig. proc. to audio and acous.*, 1993.
- [Roucos 85] S. Roucos and A. M. Wilgus. High quality time-scale modification of speech. *Proc. IEEE ICASSP-85, Tampa*, pp. 493–496, Apr 1985.
- [Scott 72] R. Scott and S. Gerber. Pitch-synchronous time-compression of speech. *Proceedings of the Conference for Speech Communication Processing*, pp. 63–65, Apr 1972.
- [Seneff 82] S. Seneff. System to independently modify excitation and/or spectrum of speech waveform without explicit pitch extraction. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-24, pp. 358–365, 1982.
- [Smith 84] J. Smith. An allpass approach to digital phasing and flanging. *Proceedings of 1984 International Computer Music Conference, Paris*, 1984.
- [Sylvestre 92] B. Sylvestre and P. Kabal. Time-scale modification of speech using an incremental time-frequency approach with waveform structure compensation. *Proc. IEEE ICASSP-92*, pp. 81–84, 1992.
- [Verhelst 93] W. Verhelst and M. Roelands. An overlap-add technique based on waveform similarity (wsola) for high quality time-scale modification of speech. *Proc. IEEE ICASSP-93, Minneapolis*, pp. 554–557, Apr 1993.
- [Wayman 88] J.L. Wayman and D.L. Wilson. Some improvements on the synchronized-overlap-add method of time scale modification for use in real-time speech compression and noise filtering. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 36 (1), pp. 139–140, Jan 1988.



# Chapitre 5

## Systèmes d'analyse-modification-synthèse

### 5.1 Introduction

Les méthodes de modification de signal présentées au chapitre 4 ont l'avantage de leur simplicité, et de leur universalité: la plupart ne font aucune hypothèse sur la nature du signal, et peuvent être utilisées indifféremment sur des signaux de parole ou de musique. Cette universalité s'accompagne malheureusement de performances pas toujours satisfaisantes, car les spécificités des signaux ne sont pas prises en compte.

Nous allons voir dans ce chapitre trois systèmes d'analyse-modification-synthèse dont deux sont fondés sur différent modèles de signal. Ces deux systèmes font l'hypothèse d'une structure du signal, et aboutissent à des méthodes de modification mieux adaptées et la plupart du temps plus performantes.

### 5.2 Analyse-synthèse par transformée de Fourier à court terme

#### 5.2.1 Principe de base

La transformée de Fourier à court terme (TFCT) consiste à effectuer des transformées de Fourier sur des portions de signal régulièrement espacées. Chaque portion (ou trame) est obtenue en appliquant au signal une fenêtre de pondération de longueur  $N$ , puis en décalant la fenêtre de  $R$  échantillons. Dans chaque trame, on applique une FFT qui fournit une description fréquentielle du signal entre les instants  $n_p$  et  $n_{p+1}$ .

Pour synthétiser un signal à partir de la transformée de Fourier à court terme, on effectue dans chaque trame une transformée de Fourier discrète inverse. Le signal final est obtenu par "overlap-add": on pondère chaque trame par une fenêtre de synthèse, puis on ajoute les portions qui se superposent. L'intérêt de la transformée de Fourier à court terme est d'obtenir une description fréquentielle du signal autour d'un instant donné. Cette description fournit un mode de visualisation pertinent pour les signaux audio (spectrogramme, etc) et permet de réaliser des modifications complexes.

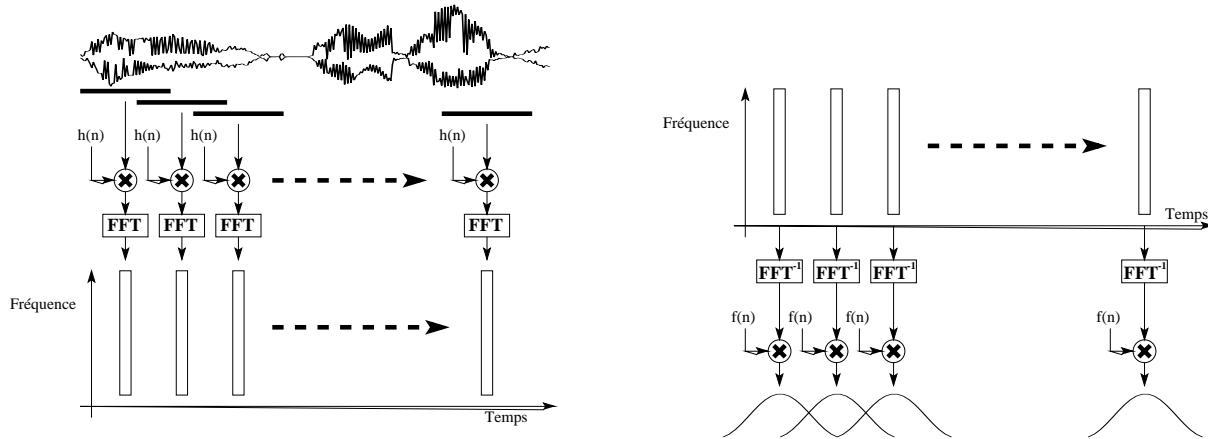


Figure 5.1: Schémas d'analyse et de synthèse par transformée de Fourier à court terme.

Parmi les références bibliographiques concernant la transformée de Fourier à court-terme, la plus complète est le livre de Crochiere et Rabiner [Crochiere 83] qui traite du problème plus général des bancs de filtres multi-cadence (c'est à dire où les signaux de sous-bande ne sont pas échantillonnés à la même fréquence que le signal analysé). Pour une présentation moins détaillée de la TFCT, on peut se reporter à [Nawab 88] ou à [Allen 77]. Enfin, l'interprétation de la transformée de Fourier à court-terme en tant que représentation temps-fréquence est présentée dans [Cohen 89].

Les paragraphes suivants présentent une analyse théorique plus rigoureuse de la transformée de Fourier à court terme et étudient la validité des transformations réalisables par cette technique.

### 5.2.2 Analyse théorique

On trouve deux notations différentes pour la TFCT :

**La convention passe-bande** traduit fidèlement la manière dont la transformation est implémentée (schéma ci-dessus). Elle devient très lourde lorsqu'il s'agit d'effectuer des calculs formels.

**La convention passe-bas** est la notation de la TFCT qui se prête le plus facilement aux calculs du fait de sa simplicité. Cependant cette convention présente le défaut de ne pas correspondre exactement à la manière dont la TFCT est réalisée en pratique. C'est cette écriture que l'on trouve dans la majorité des articles cités.

#### Convention passe-bande

Le schéma d'analyse ci-dessus s'écrit formellement:

$$\tilde{X}(p, \omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} h(-n)x(pR + n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (5.1)$$

où  $\tilde{X}(p, \omega_k)$  représente la valeur (complexe) de la transformée de Fourier pour la fréquence  $\omega_k$  à la trame  $p$ . On voit que la fenêtre de pondération  $h(-n)$  est appliquée à la portion de signal

comprise entre les échantillons  $pR$  et  $pR + N - 1$ . Le choix de l'écriture  $h(-n)$  est justifié ci-dessous.

La trame suivante qui va de  $(p+1)R$  et  $(p+1)R + N - 1$  possède donc  $N - R$  échantillons en commun avec la trame d'indice  $p$  ( $R$  est généralement inférieur à  $N$ ).

Dans le cas où  $R = 1$  (chaque trame est décalée d'un échantillon seulement) l'équation (5.1) se réécrit en posant  $n' = -n$ :

$$\tilde{X}(p, \omega_k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_k(n)x(p-n) \quad (5.2)$$

avec  $u_k(n) = h(n)e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$  (les bornes de la sommation ne sont pas spécifiées car  $h(n)$  est à support fini).  $\tilde{X}(p, \omega_k)$  est donc le résultat de la convolution de  $x$  par  $u_k$ .

$u_k(n)$  est la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bande complexe centré autour de la pulsation  $\frac{2\pi}{N}k$ . En effet, les fenêtre de pondération couramment utilisées (Hanning, Hamming, rectangulaire etc) ont une réponse en fréquence de type passe-bas. La multiplication de  $h(n)$  par  $e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$  a pour effet de translater cette réponse fréquentielle autour de  $\frac{2\pi}{N}k$ .

De ce qui précède, on conclut que  $\tilde{X}(p, \omega_k)$  est le résultat du filtrage de  $x(n)$  par un filtre passe-bande complexe centré autour de la pulsation  $\frac{2\pi}{N}k$ . Cette constatation justifie l'interprétation de la transformée de Fourier à court terme en terme de banc de filtres.

Lorsque  $R \neq 1$ ,  $\tilde{X}(p, \omega_k)$  est une version sous échantillonnée par un facteur  $R$  du signal passe-bande décrit par l'équation (5.2) Ici, le sous-échantillonnage est réalisé en ne conservant qu'un échantillon sur  $R$ , ce qui peut donner lieu à du repliement fréquentiel (voir plus loin).

### Convention passe-bas

Le changement de variable  $n' = pR + n$  dans la formule (5.1) permet d'aboutir à la représentation passe-bas dans laquelle la TFCT s'écrit:

$$\tilde{X}(p, \omega_k) = e^{j\frac{2\pi}{N}pR} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(pR - n)x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (5.3)$$

On peut maintenant poser:

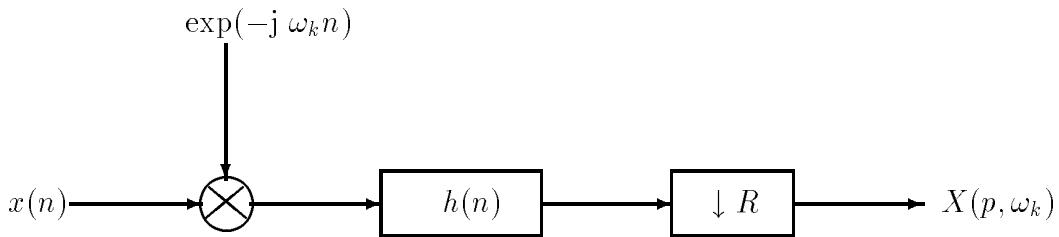
$$\tilde{X}(p, \omega_k) = X(p, \omega_k)e^{j\frac{2\pi}{N}pR}$$

On vérifie que  $X(p, \omega_k)$  est maintenant un signal *passe-bas* (dont le contenu fréquentiel est localisé autour de la fréquence nulle).

C'est à  $X(p, \omega_k)$  que l'on se réfère lorsqu'on évoque la convention passe-bas. Dans le cas où  $R = 1$ , on a

$$X(p, \omega_k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(p - n) \{x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}\} \quad (5.4)$$

on vérifie que  $X(p, \omega_k)$  est obtenu par filtrage passe-bas par  $h(n)$  du signal  $x(n)$  multiplié par une exponentielle complexe. Dans le cas où  $R \neq 1$ ,  $X(p, \omega_k)$  est obtenu par un simple sous échantillonnage, conformément au schéma classique suivant.



Cette convention passe-bas est la définition de la transformée de Fourier à court terme qui est la plus souvent utilisée [Crochiere 83] [Portnoff 81a], en raison de la simplification des calculs qu'elle entraîne.

A la synthèse, le signal est obtenu par la formule suivante

$$y(n) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} f(n - pR) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y(p, \omega_k) e^{j \frac{2\pi}{N} kn} \quad (5.5)$$

où l'on voit que le signal est obtenu par la sommation de trames elles-mêmes obtenues par transformée de Fourier inverse. La fenêtre de pondération  $f(n)$  est appelée fenêtre de synthèse. Elle est très souvent rectangulaire et de longueur  $N$ .

### Exemple: Transformée de Fourier à court terme d'une sinusoïde modulée

Pour bien comprendre le fonctionnement de la transformée de Fourier à court terme dans les deux conventions, prenons l'exemple très simple d'un signal  $x(n)$  composé d'une exponentielle complexe modulée en amplitude:  $x(n) = a(n) \exp(2j\pi n k_0/N)$ . Pour simplifier les calculs, la fréquence de l'exponentielle complexe correspond à un point de la transformée de Fourier discrète. Le signal modulant  $a(n)$  est à variation très lente.

**convention passe-bande** L'application de la formule (5.1) au signal  $x(n)$  aboutit à:

$$\tilde{X}(p, \omega_k) \approx a(pR) H(\omega_k - \omega_{k_0}) \exp(j \frac{2\pi}{N} p R)$$

où l'on a supposé que  $a(n)$  est constant sur la durée  $N$  d'une fenêtre d'analyse.  $H(\omega)$  est la transformée de Fourier de la fenêtre d'analyse à la fréquence  $\omega$ .

A l'intérieur d'une trame, le module de  $\tilde{X}(p, \omega_k)$  présente un pic à la fréquence  $\omega_{k_0}$ , la forme exacte du pic étant déterminée par la réponse en fréquence de la fenêtre d'analyse. Le signal temporel  $\tilde{X}(p, \omega_{k_0})$  correspond simplement à un sous-échantillonnage de  $x(n)$  avec un gain égal à  $H(0)$ .

**convention passe-bas** Dans la convention passe-bas, on a

$$X(p, \omega_k) \approx a(pR) H(\omega_k - \omega_{k_0})$$

Le signal temporel  $X(p, \omega_{k_0})$  correspond maintenant au signal modulant  $a(n)$  sous-échantillonné par un facteur  $R$ . Il s'agit d'un signal variant très lentement.

On calculera à titre d'exercice le résultat dans la convention passe-bas de la TFCT d'une exponentielle complexe lentement modulée en fréquence. On vérifie en particulier que la TFCT permet d'accéder simplement à la fréquence instantanée de ce signal.

### 5.2.3 Utilisation de la TFCT pour la modification de signal

Depuis très longtemps, la TFCT a été utilisée pour réaliser des traitements complexes: filtre variant dans le temps [Moorer 86], modification de hauteur ou de durée [Portnoff 81b], débruitage [Lim 79]. Ce chapitre est consacré à l'analyse des conditions portant sur les paramètres de la TFCT qui permettent une mise en oeuvre correcte de ces traitements.

#### Conditions de reconstruction parfaite en l'absence de modification

On suppose ici que l'on effectue une analyse par TFCT directement suivie d'une synthèse sans modification. On se placera par la suite dans la convention passe-bas. En reportant

$$X(p, \omega_k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(pR - n)x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

dans

$$\hat{x}(n) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} f(n - pR) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(p, \omega_k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

on obtient (après calculs!)

$$\hat{x}(n) = x(n) \sum_{p=-\infty}^{+\infty} f(n - pR)h(pR - n)$$

La condition de reconstruction parfaite du signal original est donc:

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} f(n - pR)h(pR - n) = 1 \quad \text{quel que soit } n \quad (5.6)$$

On pose  $w(n) = h(-n)f(n)$ . Cette fenêtre, obtenue en multipliant les fenêtres d'analyse et de synthèse, est la pondération appliquée au signal original *dans chaque trame*, après analyse-synthèse. La condition de reconstruction parfaite devient donc:

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} w(n - pR) = 1 \quad \text{quel que soit } n \quad (5.7)$$

Il faut donc que la somme des fenêtres  $w(n)$  translatées de  $pR$  échantillons donne uniformément 1.

Un exemple très classique de fenêtre  $w(n)$  vérifiant cette condition est la fenêtre de Hanning pour  $R = N/2$ :  $w(n) = \sin^2(\pi n/N)$  pour  $0 \leq n < N$  (par exemple  $h(n)$  fenêtre de Hanning et  $f(n)$  fenêtre rectangulaire).

## Exemple simple de modification

L'étude théorique du lien existant entre les modifications effectuées sur le spectre à court-terme et leurs équivalents en terme de filtrage (éventuellement variant dans le temps) du signal temporel est complexe dans le cas général (voir [Cochiere 83] pour cette étude détaillée).

On examine dans ce paragraphe le cas ultra-simple suivant: on applique au spectre à court-terme un gain  $g(p)$  identique à toutes les fréquences, susceptible de varier d'une trame à la suivante. Cette modification n'a aucun intérêt en pratique (le gain étant le même à toutes les fréquences, l'utilisation de la TFCT ne se justifie pas) mais cet exemple simple montre que l'effet d'une modification du spectre à court-terme dépend beaucoup du choix des paramètres de la TFCT.

On considère un signal  $x(n)$  dont on calcule la TFCT  $X(p, \omega_k)$  en notation passe-bas (Eq. 5.4). On applique alors sur le spectre à court-terme un gain  $g(p)$  indépendant de  $\omega_k$  pour obtenir un spectre modifié  $Y(p, \omega_k) = g(p)X(p, \omega_k)$ . Le signal temporel est obtenu grâce à la formule de synthèse (5.5). Tout calcul fait, on obtient la formule suivante:

$$y(n) = x(n) \left\{ \sum_{p=-\infty}^{\infty} g(p)(f(n - pR)h(pR - n)) \right\}$$

le terme entre parenthèses  $f(n - pR)h(pR - n)$  s'identifie à  $w(n - pR)$  où  $w(k) = f(k)h(-k)$  comme précédemment.

Par suite, le signal défini par

$$g_R(n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} g(p)w(n - pR)$$

peut s'interpréter comme la convolution par  $w(n)$  du signal obtenu en intercalant  $R - 1$  valeurs nulles entre les valeurs consécutives de  $g(p)$ . En effet, les valeurs de  $g(p)$  ne sont spécifiées qu'à chaque trame à court-terme, c'est à dire une fois tous les  $R$  échantillons. Le gain appliqué à chaque échantillon  $g_R(n)$  est logiquement obtenu par un suréchantillonnage de  $g(p)$ . On

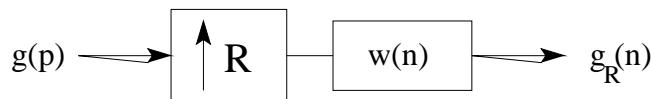


Figure 5.2: Relation de suréchantillonnage entre le gain spécifié dans chaque trame à court-terme  $g(p)$  et le gain appliqué à chaque échantillon  $g_R(n)$ .

constate que la fenêtre  $w(n)$  joue le rôle de filtre d'interpolation qui correspond idéalement à un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $2\pi/R$ . Examinons deux exemples simples où l'on considère que les fenêtres d'analyse et de synthèse sont toutes deux rectangulaires, et de longueur  $N$ .  $w(n)$  est donc rectangulaire de longueur  $N$ .

- Supposons que les fenêtres ne se recouvrent pas:  $R = N$ . Notons que la condition de reconstruction parfaite sans modification (5.7) est ici remplie. La figure (5.3) présente l'allure temporelle du gain  $g_R(n)$  effectivement appliqué au signal pour un gain  $g(p)$  donné. On constate que le gain suréchantillonné  $g_R(n)$  présente des sauts brusques

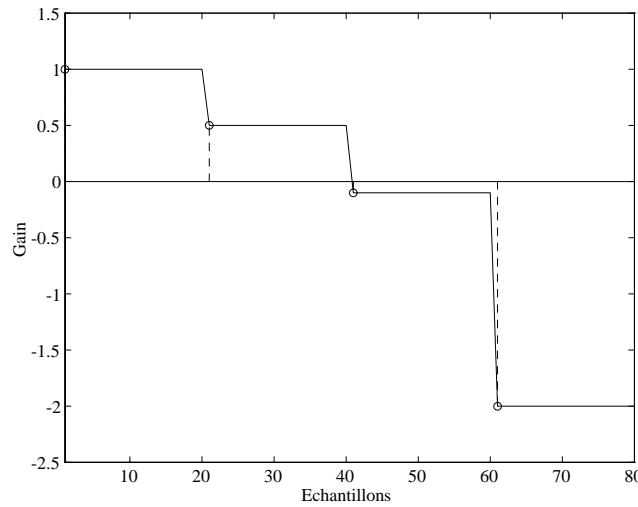


Figure 5.3: Gain  $g_R(n)$  (trait plein) correspondant à  $g(p)$  (cercles).  $R = N = 20$

tous les 20 échantillons qui peuvent se traduire auditivement par des clics périodiques. Ici,  $w(n)$  possède une bande passante plus large que  $2\pi/20$ , et le suréchantillonnage (qui donne lieu à des phénomènes non linéaires de repliement spectral) ne donne pas un gain  $g_R(n)$  à variation lente.

- Si l'on choisit  $N = 20$  et  $R = 5$ , le recouvrement est important et l'on se trouve toujours dans les conditions de reconstruction parfaite (à un facteur multiplicatif près). Le gain  $g_R(n)$  est donné par la figure (5.4). On constate sur la figure que  $g_R(pR) \neq g(p)$ : le gain

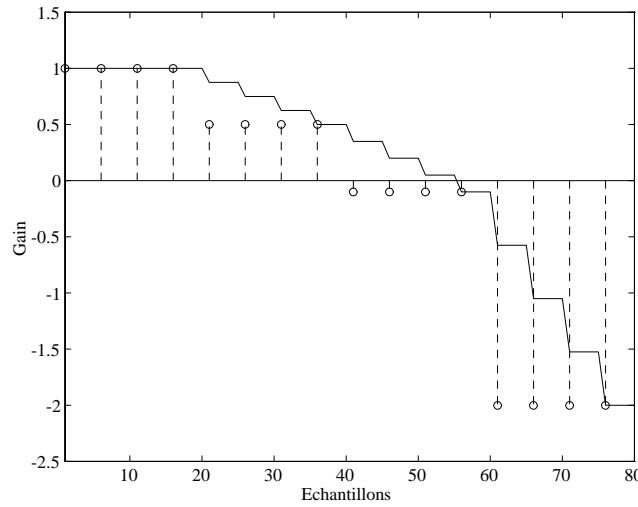


Figure 5.4: Gain  $g_R(n)$  (trait plein) correspondant à  $g(p)$  (cercles).  $N = 20$  et  $R = 5$

suréchantillonné ne passe pas forcément par les valeurs  $g(p)$  spécifiées. Ceci traduit l'effet du filtrage passe-bas (non-ideal) effectué par la fenêtre  $w(n)$ . Notons que le filtrage passe-bas nécessaire au suréchantillonnage correspond maintenant à une fréquence de coupure de  $2\pi/5$ . Cette condition est moins exigeante que la précédente.

D'une façon générale, pour effectuer des modifications dans le domaine des spectres à court-terme, il est nécessaire d'utiliser un recouvrement suffisant des trames à court-terme, afin d'éviter les problèmes mis en évidence dans le premier exemple. De plus, la forme des fenêtres d'analyse et de synthèse a une influence non négligeable, car elle détermine le filtrage effectué par  $w(n)$ . Ces précautions prises, il ne faut pas oublier que la modification spécifiée sur les spectres à court-terme subit un filtrage passe-bas: les modifications effectivement apportées au signal sont donc généralement à variation plus lente.

Des résultats similaires peuvent être mis en évidence pour des gains  $g(\omega_k)$  dépendant de la fréquence et constant dans le temps (filtrage/convolution par transformée de Fourier à court-terme).

### 5.2.4 Reconstruction à partir de la phase seule ou de l'amplitude seule

Si l'on effectue une TFCT avec un recouvrement de 50%, le volume des données dans le domaine de la TFCT est deux fois plus important que le nombre initial d'échantillons (ou encore, la dimension de l'espace d'arrivée est deux fois celle de l'espace de départ). De cette remarque découlent deux conséquences importantes:

1. Les informations contenues dans la TFCT ne sont pas indépendantes entre elles.
2. Il n'est pas forcément possible de trouver un signal temporel correspondant à une TFCT donnée arbitrairement.

A partir de ces constatations, deux techniques ont été étudiées:

1. A partir d'une TFCT valide (c'est à dire correspondant à un signal temporel cependant inconnu), il est parfois possible de reconstruire le signal temporel à partir de la moitié seulement de l'information disponible dans la TFCT. Par exemple on peut reconstruire (itérativement) le signal à partir de la phase seulement ou de l'amplitude seulement. Voir [Nawab 83, Hayes 80] pour les techniques proposées.
2. A partir d'une TFCT dont on ne sait pas si elle est valide (si elle correspond effectivement à un signal temporel), il est parfois possible de la modifier itérativement (en changer la phase par exemple) et d'obtenir un signal temporel qui lui corresponde [Griffin 84, Dembo 88].

Les problèmes évoqués ci-dessus se manifestent par exemple par l'apparition d'une réverbération indésirable lors de l'étirement temporel d'un signal. L'utilisation des méthodes ci-dessus permet de réduire efficacement ce défaut, au prix d'une sérieuse augmentation du temps de calcul [Roucos 85].

## 5.3 Représentation par somme de sinusoïdes: McAulay-Quatieri

Ce système a été introduit par McAulay et Quatieri vers 1985 [McAulay 86] principalement en vue du codage bas débit de la parole. Dans ce système, le signal est représenté sous la forme

d'une somme de sinusoïdes dont les fréquences, les amplitudes et les phases sont contrôlées au cours du temps.

### 5.3.1 Modèle

Le signal est représenté sous la forme

$$s(t) = \sum_{l=1}^{L(t)} A_l(t) \exp(j\Psi_l(t)) \quad \text{avec} \quad \frac{d\Psi_l(t)}{dt} = \omega_l(t)$$

où  $A_l(t)$  est l'amplitude à l'instant  $t$  de la sinusoïde  $l$ ,  $\Psi_l(t)$  est la *phase instantanée* de cette sinusoïde à l'instant  $t$  et  $\omega_l(t)$  est sa *fréquence instantanée*.

### 5.3.2 Analyse

L'analyse consiste à estimer les paramètres représentatifs du signal. Elle est effectuée de la façon suivante:

**Estimation des paramètres sinusoïdaux** Le signal est "coupé" en fenêtres d'analyse consécutives de durée  $T$  dont les centres sont situés aux instants  $t_k$ . Sur la durée de la fenêtre d'analyse, les paramètres sont supposés invariants: L'amplitude  $A_l(t)$  et la fréquence instantanée  $\omega_l(t)$  de chaque sinusoïde sont supposées constantes sur la durée  $T$ . Par conséquent, le signal sur la fenêtre d'analyse se réécrit:

$$s(n) = \sum_{i=1}^{L^k} B_l^k \exp(jn\omega_l^k) \quad \text{avec} \quad B_l^k = A_l^k \exp(j\theta_l^k)$$

où  $B_l^k$  représente l'amplitude complexe de la sinusoïde  $l$ .  $B_l^k$  contient l'information sur l'amplitude de la sinusoïde ( $\|B_l^k\|$ ) et sur son déphasage ( $\text{Arg}(B_l^k)$ ).

Pour estimer les valeurs des amplitudes, des fréquences et des déphasages, McAulay et Quatieri utilisent la transformée de Fourier: la transformée de Fourier du signal sinusoïdal fait apparaître des pics aux fréquences des sinusoïdes, pics dont l'amplitude et la phase permettent de retrouver les paramètres recherchés. Cela est fait de la façon suivante:

En supposant que la fréquence fondamentale du signal a été estimée, la transformée de Fourier du signal est calculée sur une durée de deux périodes de pitch, avec une fenêtre de pondération de type Hamming [Delmas 91]. La fenêtre de pondération est destinée à diminuer les lobes secondaires qui apparaissent dans la transformée de Fourier d'une sinusoïde. Lorsque le signal n'est pas périodique, la taille de la FFT est simplement égale à deux fois la dernière période évaluée (ou est fixe si le signal n'est jamais périodique).

Les pics du module de la transformée de Fourier sont extraits, et donnent une première estimation des valeurs des fréquences sinusoïdales. Ces valeurs ne sont pas très précises, puisqu'elles correspondent à des points discrets de la transformée de Fourier (la précision est  $Fe/N$  où  $N$  est la taille de la FFT). Pour améliorer cette imprécision, on utilise la technique du zéro-padding qui consiste à compléter les  $N$  échantillons de signal par des valeurs nulles, et à effectuer la FFT sur  $KN$  points. Ceci n'améliore pas la *résolution* de la transformée de Fourier (liée elle

à la *longueur de signal* utilisée), mais revient à échantillonner la transformée de Fourier continue à temps discret avec plus de précision (la fréquence correspondant au pic de la FFT est précise à  $Fe/KN$ ). Une étape supplémentaire peut être utilisée qui consiste à faire passer une parabole par les trois points situés autour du maximum (maximum compris), et considérer que la fréquence est donnée par l'abscisse correspondant au maximum de la parabole [Serra 90].

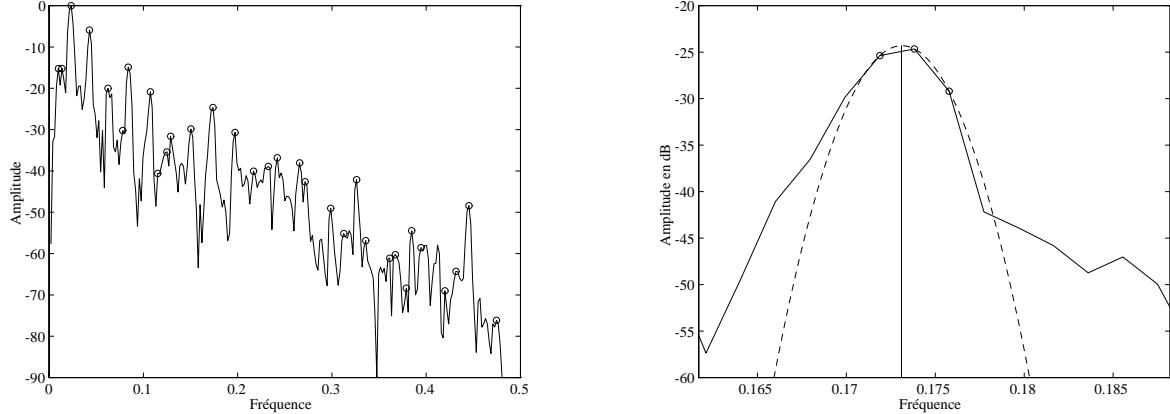


Figure 5.5: A gauche: spectre d'un signal de piano, les pics détectés sont marqués par des cercles. A droite: interpolation parabolique permettant de raffiner la fréquence estimée.

L'amplitude et la phase de chaque sinusoïde sont données respectivement par le module et la phase de la transformée de Fourier au point considéré.

**Appariement des pics.** Une fois que les sinusoïdes ont été détectées et leurs paramètres estimés dans chaque fenêtre d'analyse, il devient nécessaire de les appairer, c'est à dire de déterminer à quelle sinusoïde de la fenêtre  $k + 1$  correspond la sinusoïde d'indice  $l$  dans la fenêtre précédente. Cette opération, nécessaire pour la synthèse, est une étape cruciale de l'analyse. Comme le nombre de composantes sinusoïdales n'est pas constant d'une fenêtre à l'autre, l'appariement n'est pas une opération simple. En particulier, les sinusoïdes peuvent apparaître, ou disparaître.

En général, on associe à la sinusoïde  $l$  dans la fenêtre  $k$  de fréquence  $\omega_l^k$  la sinusoïde  $l'$  dans la fenêtre  $k + 1$  de fréquence  $\omega_{l'}^{k+1}$  la plus proche de  $\omega_l^k$ . C'est le principe de base de l'appariement. Cependant, les choses se compliquent passablement à cause des pics "non significatifs" issus des lobes secondaires, ou bien correspondant à du bruit, qui peuvent "voler" l'appariement à un pic donné.

Au terme de ces étapes, on dispose d'une représentation du signal sous la forme d'une somme de sinusoïdes d'amplitude, de fréquence et de phase variant à chaque fenêtre, et dont le nombre lui-même n'est pas constant.

### 5.3.3 Synthèse

Les paramètres des sinusoïdes étant fixés pendant toute la longueur de la fenêtre d'analyse, on ne peut se contenter de synthétiser des morceaux de signal de longueur égale à celle de la fenêtre d'analyse, et de les mettre bout à bout: ceci génère des discontinuités tout à fait audibles aux frontières de fenêtres. Deux solutions se présentent: synthétiser une durée supérieure

et effectuer un "cross-fade" entre les signaux synthétiques pour éviter les discontinuités (on a alors une synthèse de type overlap-add) ou interpoler les paramètres de façon à garantir la continuité aux frontières de fenêtres. C'est cette deuxième solution qui est retenue par McAulay et Quatieri car elle s'implémente plus facilement, et nécessite moins de calculs.

**Interpolation des Amplitudes** L'idée retenue est la plus simple: interpolation linéaire pour les amplitudes. Au sein de la fenêtre  $k$ ,

$$\tilde{A}_l(n) = A_l^k + \frac{A_l^{k+1} - A_l^k}{S}n$$

où  $S$  est le nombre d'échantillons séparant les instants  $t_k$  et  $t_{k+1}$ . Malgré sa simplicité, ce choix donne toujours de bons résultats.

**Interpolation des phases** Malheureusement, la phase ne peut pas être interpolée linéairement parce qu'elle n'est connue qu'à  $2M\pi$  près. De plus, on désire assurer la continuité des phases aux frontières, ainsi que la continuité des fréquences instantanées (qui ont toutes les deux été fournies par l'analyse), ce qui n'est pas possible en utilisant une simple interpolation linéaire.

Pour chaque sinusoïde, les continuités des phases et des fréquences instantanées aux deux frontières ( $k-1 \rightarrow k$  et  $k \rightarrow k+1$ ) donne quatre contraintes. Ce nombre justifie le choix d'une interpolation cubique de la phase [Almeida 84]. Plus précisément, on va faire l'hypothèse que la phase instantanée  $\tilde{\Psi}(t)$  peut s'écrire (on omet l'indice  $l$ ):

$$\tilde{\Psi}(t) = a + bt + ct^2 + dt^3$$

Les contraintes de continuité sont alors:

$$\tilde{\Psi}(0) = \theta^k \quad \text{et} \quad \frac{d\tilde{\Psi}}{dt}(0) = \omega^k$$

$$\tilde{\Psi}(T) = \theta^{k+1} + 2M\pi \quad \text{et} \quad \frac{d\tilde{\Psi}}{dt}(T) = \omega^{k+1}$$

où le paramètre  $M$  (entier) reste à déterminer. La détermination de  $M$  est appelée le "déroulement de phase".  $M$  est déterminé par une contrainte de 'douceur' de la phase  $\tilde{\Psi}(t)$ : Si la fréquence était constante, la phase serait simplement linéaire, aussi va-t-on chercher la valeur de  $M$  qui permet de se rapprocher le plus de cette hypothèse.  $M$  est donc obtenu par la minimisation du critère:

$$f(M) = \int_0^T \left( \frac{d^2\tilde{\Psi}(t)}{dt^2} \right)^2 dt$$

par rapport à  $M$  (qui intervient dans l'expression de  $\tilde{\Psi}(t)$  dès que les contraintes sont prises en compte). Ce critère est nul lorsque  $\tilde{\Psi}(t)$  est une fonction linéaire de  $t$ .

La minimisation du critère permet de trouver la valeur de  $M$  qui donne à la phase instantanée l'aspect le plus "linéaire". La figure Fig. 5.6 présente l'allure de la phase instantanée pour différentes valeurs de  $M$ . Les pentes à  $t = 0$  et  $t = 100$  sont égales aux fréquences instantanées

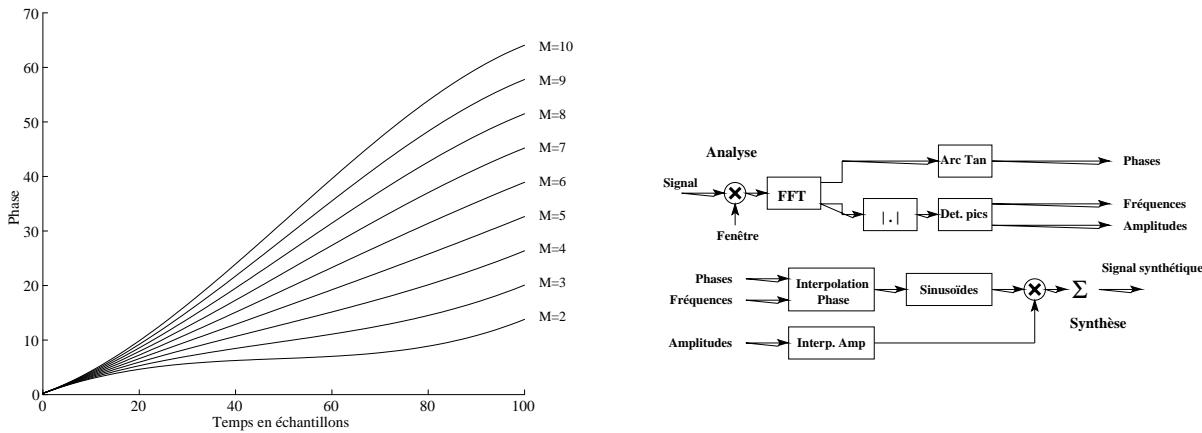


Figure 5.6: A gauche: Phase instantanée pour différentes valeurs de  $M$ . L'optimum est obtenu pour  $M = 6$ . A droite: Schéma complet de l'analyse et de la synthèse.

aux instants  $t_k$  et  $t_{k+1}$ . La courbe obtenue pour  $M = 6$  est celle qui se rapproche le plus d'une droite (et donc qui minimise le critère ci-dessus).

Finalement, le signal synthétique est obtenu dans la fenêtre  $k$  par:

$$\tilde{s}(n) = \sum_{l=1}^L k \tilde{A}_l(n) \cos(\tilde{\Psi}_l(n))$$

et grâce à ce qui précède, on est assuré de la continuité du signal d'une fenêtre à la suivante.

### 5.3.4 Utilisation

Le système de McAulay et Quatieri peut être utilisé en codage de la parole à bas débit (avec l'avantage de la flexibilité: si l'on veut diminuer le débit, on enlève des sinusoïdes au prix d'une qualité dégradée). Ce système est également utilisé pour effectuer des transformations sur le signal de parole du type modification temporelle ou changement du pitch.

**Changement de hauteur** Le changement de hauteur du signal est obtenu simplement en multipliant les valeurs des fréquences instantanées par un facteur  $\alpha$ , sans modification des instants de synthèse. Cela entraîne une modification de l'enveloppe spectrale qui est elle aussi dilatée d'un facteur  $\alpha$ . Pour conserver l'enveloppe spectrale, et donc ne pas modifier les formants dans le cas de la parole, McAulay et Quatieri proposent dans un premier temps d'interpoler linéairement les amplitudes et les phases entre les valeurs connues (celles obtenues par l'analyse) [McAulay 85]. Utilisée telle quelle, cette technique ne préserve pas les relations de phase entre les différentes composantes sinusoïdales du signal de parole, ce qui peut se traduire par une qualité peu naturelle du signal modifié. Pour améliorer ce résultat, les mêmes auteurs ont proposé une modification passablement complexe [Quatieri 92] où la synthèse est effectuée de façon pitch-synchrone. La méthode décrite se ramène alors à une version paramétrique de l'algorithme TDPSOLA [Laroche 93].

**Changement de durée** La modification de la durée du signal est effectuée en modifiant les instants de synthèse: on aura par exemple  $t'_k = \alpha t_k$ . Les phases de synthèse  $\theta^k$  doivent également être recalculées en fonction des fréquences instantanées des sinusoïdes. Le reste de l'algorithme est inchangé. Malheureusement, en raison de la nature purement sinusoïdale du signal, ce genre de modification conduit rapidement à une qualité très artificielle du signal modifié (effet tuyau: le son prend un aspect réverbéré).

**Limites** Le système de McAulay et Quatieri présente donc des limites qui sont liées au type de modèle utilisé: puisque le signal est représenté sous la forme d'une somme de sinusoïdes, le problème se pose lorsque le signal ne contient pas que des sinusoïdes (par exemple, s'il contient du bruit). L'analyse/synthèse sans modification peut alors bien fonctionner (le bruit est représenté par un grand nombre de sinusoïdes), mais les modifications échouent rapidement, faute d'une bonne adéquation entre le modèle et le signal.

Le système proposé par Serra et Smith tente de remédier aux limitations du modèle de McAulay et Quatieri.

## 5.4 Représentation par somme de sinusoïdes plus bruit: Serra-Smith

### 5.4.1 Modèle

Le modèle de Serra et Smith [Serra 90, Serra 89] est très similaire à celui de McAulay et Quatieri, avec une amélioration de taille: Le signal est maintenant supposé être composé de sinusoïdes dont les paramètres varient au cours du temps, auxquelles vient s'ajouter un bruit dont le contenu spectral varie au cours du temps. Nous avons donc:

$$s(t) = \sum_{l=1}^{L(t)} A_l(t) \exp(j\Psi_l(t)) + b(t) \quad \text{avec} \quad \frac{d\Psi_l(t)}{dt} = \omega_l(t)$$

La partie sinusoïdale est appelée "composante déterministe" (car il est possible de prédire les échantillons futurs à partir du passé), et le bruit  $b(t)$  est appelé (abusivement) "composante stochastique". S'il est facile de définir ce qu'est la composante déterministe, c'est beaucoup plus difficile pour la "partie stochastique". Pudiquement, Serra et Smith la définissent comme "everything that is not sinusoids"<sup>1</sup>. Dans la pratique, la partie stochastique est effectivement obtenue en soustrayant du signal la partie déterministe préalablement obtenue. La partie stochastique inclut par exemple les parties non-voisées d'un signal de parole, l'attaque de sons de percussion, le souffle d'un son de flûte, le frottement de l'archet d'un violon, le souffle de l'enregistrement, etc...

### 5.4.2 Analyse

En ce qui concerne la partie déterministe, l'analyse est relativement similaire à celle de McAulay et Quatieri. Il s'agit d'un analyse par FFT glissante, détection de pics, interpolation parabolique

---

<sup>1</sup>ça s'appelle taper en touche!

et appariement. Une différence notable est que Serra et Smith ne prennent pas en compte l'information de phase.

La partie stochastique est obtenue en soustrayant dans le domaine des fréquences, le signal déterministe au signal original pour chaque fenêtre d'analyse.

$$|E(f)| = |X(f)| - |\hat{X}(f)|$$

où  $|E(f)|$  représente le module de la transformée de Fourier du signal stochastique  $e(t)$ ,  $|X(f)|$  celui du signal original, et  $|\hat{X}(f)|$  celui de la partie déterministe. Aucune information de phase n'est conservée (le signal étant supposé aléatoire, on se permet de ne conserver que l'information de module dans le spectre). Le spectre d'amplitude ainsi obtenu est simplement modélisé sous la forme d'une suite de segments de droite. La Figure Fig. 5.7 représente le spectre d'un signal original (de piano), le spectre de la partie stochastique (figure de droite) et sa modélisation par segments de droite.

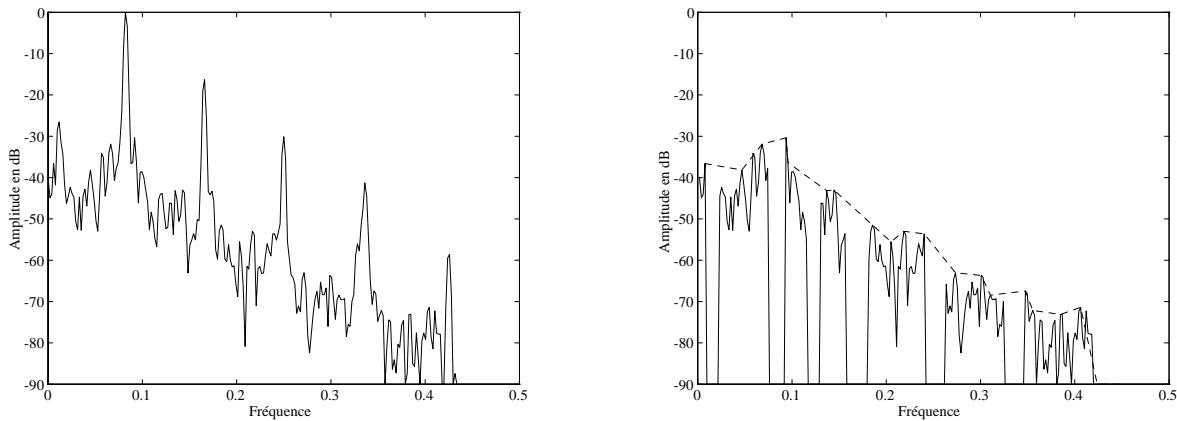
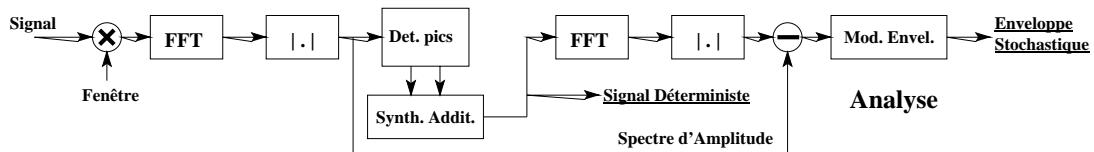


Figure 5.7: A gauche: spectre d'un signal de piano. A droite: spectre de la partie stochastique, et modélisation par segments de droite.

sinusoïdales sont pratiquement mis à zéro, et les segments de droites sont calculés pour passer par des maxima locaux (on ne cherche pas à modéliser les "trous" dans le spectre).

Le schéma global de l'analyse est donné ci-dessous.



### 5.4.3 Synthèse

La synthèse de la partie déterministe se fait de façon similaire à la technique de McAulay Quatieri, à ceci près que l'information de phase n'étant pas prise en compte, il n'y a pas besoin de dérouler la phase, ni de faire une interpolation cubique: on se contente d'interpoler les

fréquences instantanées entre les instants d'analyse, et on calcule la phase instantanée par une simple intégration:

$$\hat{\omega}_l(t) = \omega_l^k + \frac{t}{T}(\omega_l^{k+1} - \omega_l^k) \quad \text{et} \quad \hat{\Psi}_l(t) = \hat{\Psi}_l(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{\omega}_l(u - t_k) du$$

où  $\hat{\Psi}_l(t_k)$  est la phase instantanée à la fin de la fenêtre de synthèse précédente.

Remarque: éviter l'erreur commune qui consiste à interpoler la fréquence instantanée comme ci-dessus, puis à calculer directement:

$$\hat{x}(t) = \cos(t \hat{\omega}_l(t) + \hat{\Psi}_l(t_k)) \quad \text{au lieu de} \quad \hat{x}(t) = \cos(\hat{\Psi}_l(t))$$

auquel cas la fréquence instantanée du signal synthétique vaut

$$\frac{d(t \hat{\omega}_l(t) + \hat{\Psi}_l(t_k))}{dt} = \omega_l^k + 2 \frac{t}{T}(\omega_l^{k+1} - \omega_l^k) \neq \hat{\omega}_l(t)$$

ce qui ne correspond pas à la fréquence instantanée souhaitée.

La synthèse de la partie stochastique est obtenue en générant un bruit de densité spectrale voulue dans chaque fenêtre de synthèse, puis par overlap-add. Dans chaque fenêtre, on synthétise les valeurs du spectre grâce à la connaissance du module fournie par l'analyse, et par l'adjonction d'une phase aléatoire.

$$\hat{E}_k(f) = |\hat{E}_k(f)| \exp(2j\pi n(f))$$

où  $|\hat{E}_k(f)|$  est l'enveloppe spectrale modélisée par une succession de segments de droite, et  $n(f)$  est un bruit blanc uniformément réparti entre 0 et 1. Par transformée de Fourier inverse, on obtient le signal stochastique temporel pour la durée de la fenêtre de synthèse. Enfin, on applique la technique de l'overlap-add à la succession de signaux stochastiques pour obtenir le signal stochastique final.

Le signal synthétique est obtenu en additionnant les parties déterministes et stochastiques.

#### 5.4.4 Modifications

Grâce à la double représentation sinusoïdes plus bruit, il est maintenant possible d'utiliser des méthodes de modification différentes, selon qu'on traite la partie déterministe ou la partie stochastique.

Les modifications de la partie déterministe sont effectuées de façon identique à la méthode de McAulay et Quatieri. Les fréquences sont multipliées pour obtenir une modification de pitch, et les instants de synthèses sont modifiés pour obtenir une modification de durée.

La partie stochastique n'est en général pas altérée pour les modifications de type fréquence. En revanche, pour les modifications de durée, il suffit d'espacer les instants de synthèse, et d'effectuer la synthèse grâce à une transformée de Fourier de longueur différente pour obtenir le signal stochastique modifié. Par exemple, pour étirer le son d'un facteur  $\alpha$ , on aura  $t'_k = \alpha t_k$  et on calculera les signaux stochastique à court terme grâce à une transformée de Fourier de longueur  $\alpha T$ .

Le modèle de Serra et Smith permet d'éviter l'effet de tuyau généralement rencontré avec la méthode de McAulay et Quatieri. Pour les modifications temporelles par exemple, le signal

stochastique étiré conserve son caractère bruité, quel que soit le facteur d'étirement. Ainsi, le souffle de la flûte reste naturel, ce qui n'est pas le cas pour la méthode de McAulay et Quatieri où les signaux de type bruit deviennent rapidement "artificiels" en raison de leur trop grande cohérence temporelle.

## 5.5 Autres systèmes de représentation sinusoïdale

La représentation du signal par somme de sinusoïdes a fait l'objet de nombreuses recherches dans les années 80 principalement en vue du codage de la parole. Après l'échec relatif (du point de vue qualité du signal) des codeurs LPC simples, et avant l'avènement des codeurs à dictionnaires d'excitation [Moreau 93], le codage sinusoïdal permettait d'obtenir une bonne qualité du signal de parole, avec une compression de donnée moyenne (9.6 kBits/s).

On trouvera un certain nombre de systèmes de représentation sinusoïdale applicables à la parole mais aussi au son musical dans [George 92], ou [Marques 89]. La référence [Trancoso 90] présente un panorama des codeurs CELP et sinusoïdaux.

## 5.6 Différents types de synthèse sonore

### 5.6.1 Principe

Les synthétiseurs audio ont commencé à exister bien avant que le traitement du signal numérique ne se généralise. On les trouve sous leur forme analogique dès les années 1960. La numérisation du signal a permis d'étendre et de compléter les différentes méthodes de synthèse. Pour chaque méthode de synthèse, on tente de dégager une méthode d'analyse qui permet, à partir d'un son original, de déterminer les paramètres de synthèse susceptibles de conduire à une reconstitution fidèle du signal. [Moorer 77] donne un panorama relativement complet des méthodes de synthèse (et d'analyse) utilisées en musique.

### 5.6.2 Synthèse additive

C'est l'une des plus anciennes méthodes de synthèse dans laquelle le signal est obtenu en additionnant des sinusoïdes contrôlées dynamiquement en fréquence, en amplitude et en phase. C'est une méthode simple, mais coûteuse en temps de calcul: un son de piano peut contenir plus de 150 harmoniques (notes basses) qu'il est nécessaire de synthétiser une à une. Cependant, la transformée de Fourier inverse permet d'accélérer le processus de synthèse: à partir des valeurs des fréquences et amplitudes à synthétiser, on génère le spectre de Fourier, puis par transformée inverse le signal synthétique. D'autre part, le nombre de paramètres de contrôle (amplitude et fréquence pour chaque sinusoïde) devient très élevé pour un son complexe, rendant sa manipulation difficile.

L'analyse correspondant à la synthèse additive peut être effectuée par transformée de Fourier, ou à l'aide de méthodes d'estimation spectrale paramétrique (ARMA, Prony etc... [Laroche 89])

### 5.6.3 Synthèse par formules de sommation. Modulation de fréquence.

Ce type de synthèse permet de générer des sons de spectre très complexe avec un minimum de calculs, et un faible nombre de paramètres de contrôle. L'exemple le plus répandu est la synthèse par modulation de fréquence, découverte par Chowning vers le début des années 70. Le signal synthétique est obtenu en modulant une porteuse sinusoïdale par une autre sinusoïde:

$$x_n = A(n) \sin(2\pi f_p n T + I_n \sin(2\pi f_m n T)) \quad (5.8)$$

où  $A(n)$  représente une enveloppe temporelle d'amplitude,  $f_p$  est la fréquence de la porteuse,  $f_m$  celle de la sinusoïde modulante, et  $I_n$  l'indice de modulation variant au cours du temps.  $A(n)$  et  $I_n$  sont des paramètres qui varient lentement au cours du temps.

L'intérêt de cette méthode de synthèse devient évident lorsqu'on calcule le contenu spectral du signal synthétique. On utilise pour cela une identité trigonométrique:

$$\sin(\theta + a \sin \beta) = J_0(a) \sin \theta + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(a) \{ \sin(\theta + k\beta) + (-1)^k \sin(\theta - k\beta) \}$$

où  $J_k(a)$  est la  $k$ ième fonction de Bessel évalué au point  $a$ . En appliquant cette formule à l'équation (5.8), on voit qu'un grand nombre de partiels sont générés de façon très simple.

- Si l'on choisit  $f_m = p f_p$ , où  $p$  est un entier, le signal synthétique est harmonique, et les amplitudes de chacune de ses harmoniques sont contrôlées par les valeurs des fonctions de Bessel en  $I_n$ . Ainsi, modifier l'indice de modulation permet de changer radicalement le contenu spectral du signal synthétique. Le cas particulier  $f_m = 2 f_p$  permet d'obtenir des sons contenant uniquement des harmoniques impaires (ce qui est le cas par exemple des sons de clarinette).
- Si en revanche on choisit  $f_m = \alpha f_p$  avec  $\alpha$  irrationnel, le spectre obtenu n'est plus harmonique, ce qui produit des sons de type cloches, tambours etc...

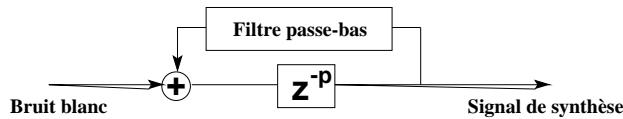
La modulation de fréquence permet donc de générer des sons de spectre complexe avec un minimum de paramètres de contrôle. En cascadant plusieurs modules de modulation de fréquence, on parvient à obtenir une grande diversité de sons, c'est le principe des synthétiseurs Yamaha de la série 'DX'. La simple modulation de fréquence n'est pas la seule méthode permettant de générer des sons complexes à un faible coût. D'autres formules trigonométriques ont également été utilisées à cette fin [Moorer 77].

Il n'existe pas à ce jour de méthode d'analyse correspondant à la modulation de fréquence. Cela est dû à la difficulté de lier les paramètres de contrôle aux caractéristiques spectrales du signal (fonctions de Bessel).

### 5.6.4 Synthèse par résonateur: Karplus-Strong.

Cette méthode de synthèse a été étudiée par deux étudiants de Stanford, Karplus et Strong, en 1983. C'est une méthode bien adaptée pour les sons harmoniques, et en particulier les sons de cordes (guitare, piano etc...) Sa simplicité permet une implémentation en temps réel très aisée. Avec quelques améliorations, on peut obtenir des synthèses de bonne qualité [Jaffe 83].

Le premier modèle est le suivant:



Il s'agit d'un filtre alimenté par une bouffée de bruit blanc. Le filtre dans sa version la plus simple est constitué d'une boucle récursive dans laquelle est introduit une cellule passe-bas. La cellule passe-bas la plus simple est du type:

$$y_n = \frac{1}{2}(x_n + x_{n-1})$$

On peut montrer que dans ces conditions, la réponse impulsionnelle du filtre fait apparaître des sinusoïdes décroissantes en rapport harmonique, la (pseudo) période du signal étant de  $pT + T/2$  secondes (où  $T$  représente le pas d'échantillonnage). On voit donc que le paramètre  $p$  peut être utilisé pour contrôler la fréquence du signal généré. De plus, la présence du filtre passe-bas dans la boucle provoque une atténuation plus rapide des hautes fréquences. On peut également évaluer l'amortissement de chaque partiel par:

$$\alpha_i = (\cos(\pi f_i T))^{\frac{1}{p+1/2}}$$

C'est le terme par lequel l'amplitude du partiel est multipliée à chaque échantillon. On voit que plus  $f_i$  est proche de  $F_e/2$ , plus le cosinus est petit, et plus le partiel est amorti. Ainsi

- La fréquence d'un partiel est fonction de la longueur du retard total (délai  $z^{-p}$  plus délai du passe-bas).
- L'amortissement d'un partiel de fréquence  $f_i$  est fonction du gain de la boucle de feedback à la fréquence considérée.

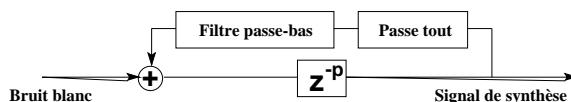
Le filtre passe-bas permet donc de reconstituer l'amortissement plus rapide des partiels de haute fréquence que l'on observe dans les cordes en régime libre.

En général, ce filtre est excité par une impulsion de bruit blanc de courte durée, ce qui donne un aspect plus naturel à l'attaque.

Un défaut de cette implémentation est la quantification des fondamentaux possibles. Les fréquences fondamentales réalisable s'écrivent:

$$f = \frac{F_e}{N + \frac{1}{2}} \quad \text{où } F_e \text{ représente la fréquence d'échantillonnage}$$

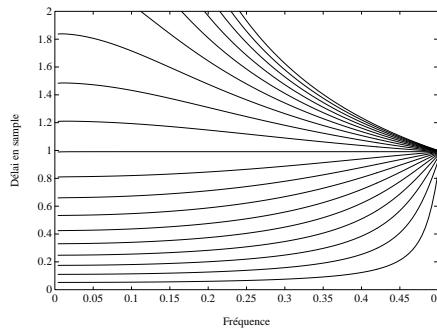
Puisque  $p$  est entier, l'ensemble des fréquences fondamentales est quantifié d'une façon malheureusement incompatible avec les applications musicales. Une façon de remédier à ce problème consiste à introduire dans la boucle de feedback une cellule passe-tout:



On choisit une cellule du premier ordre pour sa simplicité:

$$H(z) = \frac{c + z^{-1}}{1 + cz^{-1}} \quad \text{avec} \quad |c| < 1$$

Le paramètre  $c$  contrôle le comportement en phase du passe-tout. Puisque ce dernier ne modifie pas le gain de la boucle de feedback, les amortissements des partiels sont inchangés. En revanche, le passe-tout introduit un déphasage qui correspond à un retard de phase. Ainsi la longueur de la boucle de feedback n'est plus de  $pT + T/2$  mais de  $pT + T/2 + \text{Arg}(H(e^{j\omega}))/\omega$ . La fréquence fondamentale de la réponse impulsionale peut ainsi être ajustée avec une grande précision grâce au paramètre  $c$ . Ci-dessous est représenté le délai introduit par le passe-tout pour des valeurs de  $c$  comprises entre -.9 et .9.



Enfin, l'amortissement des hautes fréquences peut être mieux contrôlé par l'utilisation d'un filtre passe-bas légèrement plus élaboré.

Ce type de synthèse se révèle très efficace pour la simulation de cordes de guitares, etc... Voir [Jaffe 83] pour plus de détail sur cette méthode de synthèse.

### 5.6.5 Synthèse par modèle source-filtre

La synthèse par modèle source-filtre a été très utilisée dans le domaine du traitement de la parole où le mode de production du signal évoque naturellement le modèle source-filtre.

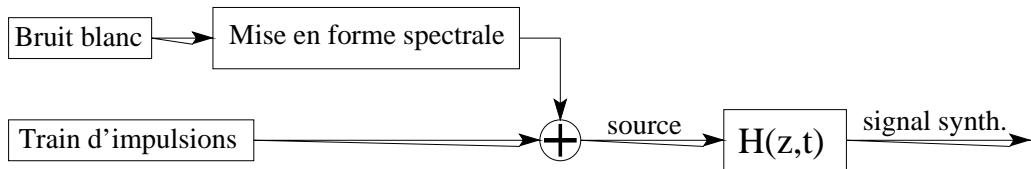
Le signal de parole peut en effet être considéré comme le filtrage par le conduit vocal d'un train d'impulsions glottales (chapitre 3.2). Le conduit vocal effectue un filtrage qui possède des régions de résonance marquées, et ses caractéristiques varient 'lentement' dans le temps (par rapport à la période du signal), et sont relativement douces dans le domaine des fréquences (par rapport à un spectre de raies). Le train d'impulsions glottales traduit la fréquence fondamentale du signal de parole.

Les techniques de synthèse de type source-filtre s'inspirent de ce fonctionnement. Pour la synthèse de signaux périodiques, on y retrouve

1. Un filtre  $H(z, t)$  qui contrôle généralement l'allure spectrale globale du signal (plus précisément, son enveloppe). Ce filtre a une fonction de transfert relativement douce, et son évolution au cours du temps est lente par rapport à la période du signal.
2. Une source  $s(n)$  qui contrôle la fréquence fondamentale du signal produit. La source est généralement large-bande. Elle est très souvent composée d'une partie 'impulsionnelle' (un train d'impulsions) et d'une partie bruitée.

La synthèse consiste alors à générer un signal source, puis à le filtrer par le filtre  $H(z, t)$  pour obtenir le signal synthétique.

Lorsqu'une source purement impulsionnelle est utilisée (un train d'impulsions régulièrement espacées), le son obtenu est toujours très métallique (en parole, on obtient une synthèse très peu naturelle). Pour améliorer la qualité de la synthèse, on est conduit à ajouter à la source une partie aléatoire éventuellement mise en forme dans le domaine des fréquences.



Les modèles source-filtre permettent de réaliser des effets musicaux originaux par l'utilisation de la synthèse croisée: il s'agit d'exciter le filtre correspondant à un instrument donné par un signal source correspondant à un autre instrument. Il est ainsi possible d'exciter un gong avec un signal de parole, ou une clarinette par un marteau de piano!

### 5.6.6 Synthèse par échantillonnage (Sampling)

La synthèse par échantillonnage n'est pas une méthode de synthèse proprement dite, mais elle est utilisée dans un nombre croissant de synthétiseurs. Le but est d'obtenir la plus grande ressemblance entre le son d'un instrument existant et sa version synthétique. Pour certaines catégories de sons, ce but est très difficile à atteindre par les méthodes exposées plus haut. On est donc réduit à utiliser un simple échantillonnage pour tenter de retranscrire au mieux les caractéristiques du signal original. C'est ainsi que fonctionnent les synthétiseurs de piano de bonne qualité.

L'instrument original est d'abord enregistré, note par note, et avec diverse nuances d'interprétation (par exemple dans le cas du piano, avec une nuance de jeu de plus en plus forte). Le synthétiseur se borne alors à envoyer au convertisseurs numérique/analogique la ou les notes jouées par l'instrumentiste, à la nuance la plus proche.

Sous cette forme, il ne serait pas possible de commercialiser un synthétiseur de piano pour un prix abordable: le piano possède 88 notes, dont les plus graves peuvent résonner plus de 20 secondes! De plus, les nuances de jeu sont infinies, du pianissimo au fortissimo. Pour une nuance donnée, il serait nécessaire d'enregistrer 88 notes, d'une durée variant entre 2 secondes et 30 secondes, ce qui représente une énorme quantité d'information à stocker. Pour éviter cela, les constructeurs ont recours à plusieurs subterfuges:

- Les nuances de jeu sont discrétisées, pour n'en conserver qu'un faible nombre.
- Seule une note sur quatre est enregistrée
- Les notes sont enregistrées sur une durée faible (de une à deux secondes).

A la synthèse, les notes non-enregistrées sont obtenues par une simple transposition de la note enregistrée la plus proche, et les nuances de jeu sont interpolées. Comme on ne dispose

que d'environ une à deux secondes de son enregistré, celui-ci est rebouclé sur lui même (en évitant l'attaque bien sûr) et affecté d'une enveloppe temporelle décroissante pour simuler l'amortissement de la note. Cette opération de bouclage est tout à fait audible dans la plupart des pianos synthétiques.

Les synthétiseurs modernes font généralement un mélange d'échantillonnage et de synthèse pure. L'échantillonnage est utilisé pour obtenir des attaques réalistes, et la synthèse pure pour générer le reste du signal (l'échantillonnage permet moins de manipulations que les techniques de synthèse pure).

## 5.7 Bibliographie du chapitre 5

[Allen 77] J. B. Allen and L. R. Rabiner. A unified approach to short-time Fourier analysis and synthesis. *Proc. IEEE*, vol. 65 (11), pp. 1558–1564, November 1977.

[Almeida 84] L.B. Almeida and F.M. Silva. Variable-frequency synthesis: an improved harmonic coding scheme. *Proc. IEEE ICASSP-84*, pp. 27.5.1–27.5.4, 1984.

[Cohen 89] L. Cohen. Time-frequency distributions – A review. *Proc. IEEE*, vol. 77 (7), pp. 941–981, 1989.

[Crochiere 83] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner. *Multirate digital signal processing*. Prentice-Hall, 1983.

[Delmas 91] J. P. Delmas. *Eléments de théorie du Signal: les signaux déterministes*. Ellipse, Paris, 1991.

[Dembo 88] A. Dembo and D. Malah. Signal synthesis from modified discrete short-time transform. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-36 (2), pp. 168–181, Feb 1988.

[George 92] E. B. George and M. J. T. Smith. Analysis-by-synthesis/Overlap-add sinusoidal modeling applied to the analysis and synthesis of musical tones. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 40 (6), pp. 497–516, 1992.

[Griffin 84] D.W. Griffin and J.S. Lim. Signal estimation from modified short-time Fourier transform. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-32 (2), pp. 236–243, Apr 1984.

[Hayes 80] M.H. Hayes, J.S. Lim, and A.V. Oppenheim. Signal reconstruction from phase or magnitude. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-28 (6), pp. 672–680, Dec 1980.

[Jaffe 83] D. A. Jaffe and J. O. Smith. Extensions of the karplus-strong plucked-string algorithm. *Computer Music J.*, vol. 7 (2), pp. 56–69, Summer 1983.

[Laroche 89] J. Laroche. *Etude d'un Système d'Analyse et de Synthèse Utilisant la Méthode de Prony. Application aux Instruments de Musique de Type Percussif*. PhD thesis, ENST, Oct 1989.

[Laroche 93] J. Laroche, Y. Stylianou, and E. Moulines. HNM: A simple, efficient harmonic plus noise model for speech. *IEEE ASSP Workshop on app. of sig. proc. to audio and acous.*, 1993.

[Lim 79] J. S. Lim and A. V. Oppenheim. Enhancement and bandwidth compression of noisy speech. *Proc. IEEE*, vol. 67 (12), Dec 1979.

[Marques 89] J.S. Marques and L.B. Almeida. Frequency-varying sinusoidal modeling of speech. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37 (5), pp. 763–765, May 1989.

- [McAulay 85] R. J. McAulay and T. F. Quatieri. Speech analysis-synthesis based on a sinusoidal representation. Technical Report 693, Lincoln Laboratory, MIT, 1985.
- [McAulay 86] R. J. McAulay and T. F. Quatieri. Speech analysis/synthesis based on a sinusoidal representation. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34 (4), pp. 744–754, Aug 1986.
- [Moorer 77] J. A. Moorer. Signal processing aspect of computer music. *Proc. IEEE*, vol. 65 (8), Aug 1977.
- [Moorer 86] J. A. Moorer and M. Berger. Linear-phase bandsplitting: Theory and applications. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 34 (3), pp. 143–152, 1986.
- [Moreau 93] N. Moreau. *Techniques de Compression des signaux*. Polycopié du cours Représentation et Codage des Signaux. Télécom Paris, Paris, 1993.
- [Nawab 83] S.H. Nawab, T. Quatieri, and J.S. Lim. Signal reconstruction from short-time fourier transform magnitude. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-31 (4), pp. 986–998, Aug 1983.
- [Nawab 88] S. H. Nawab and T. F. Quatieri. Short-time Fourier transform. In J. S. Lim and A. V. Oppenheim, editors, *Advanced topics in signal processing*, chapter 6. Prentice-Hall, 1988.
- [Portnoff 81a] R. Portnoff. Short-time Fourier analysis of sampled speech. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29 (3), pp. 364–373, 1981.
- [Portnoff 81b] R. Portnoff. Time-scale modifications of speech based on short-time Fourier analysis. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29 (3), pp. 374–390, 1981.
- [Quatieri 92] T.F. Quatieri and J. McAulay. Shape invariant time-scale and pitch modification of speech. *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. ASSP-40 (3), pp. 497–510, Mar 1992.
- [Roucos 85] S. Roucos and A. M. Wilgus. High quality time-scale modification of speech. *Proc. IEEE ICASSP-85, Tampa*, pp. 493–496, Apr 1985.
- [Serra 89] X. Serra. *A System for Sound Analysis/Transformation/Synthesis Based on a Deterministic Plus Stochastic Decomposition*. PhD thesis, Stanford University, Stanford, CA, 1989. STAN-M-58.
- [Serra 90] X. Serra and J. Smith. Spectral modeling synthesis: A sound analysis/synthesis system based on a deterministic plus stochastic decomposition. *Computer Music J.*, vol. 14 (4), pp. 12–24, Winter 1990.
- [Trancoso 90] I.M. Trancoso, J.S. Marques, and C.M. Ribeiro. Celp and sinusoidal coders: two solutions for speech coding at 4.8-9.6 kbps. *Speech Communication*, vol. 9 (5-6), pp. 389–400, 1990.



# Chapitre 6

## <sup>1</sup>Restauration d'enregistrements anciens

La restauration d'enregistrements anciens par des techniques de traitement signal est un domaine qui s'est développé avec la généralisation de l'audionumérique, c'est à dire depuis environ une dizaine d'années. Il existe maintenant plusieurs systèmes commerciaux qui permettent de traiter des enregistrements anciens en temps réel. Il faut toutefois avoir conscience du fait que ce type de technique ne peut être efficace que si les démarches préliminaires au traitement ont été réalisées avec soin. Ces démarches peuvent être, par exemple, la sélection d'un enregistrement original (recherche historique et musicologique) et le choix d'une technique de transfert adaptée au support de l'enregistrement (ce qui suppose des connaissances historiques ainsi que l'utilisation d'un système mécanique approprié). On peut aussi imaginer (et c'est ce qui est souvent fait) de retravailler l'enregistrement historique à la manière de l'ingénieur du son, étant entendu que ce sont alors des compétences artistiques qui guident le traitement.

La partie abordée dans la suite du chapitre concerne uniquement l'aspect "signal", c'est à dire l'élimination des dégradations présentes sur l'enregistrement dont on suppose qu'il a déjà été transféré de manière adéquate sous forme numérique.

### 6.1 Bruit de fond

#### 6.1.1 Principe du traitement

Les références [Lim 79] [Lim 83] présentent un panorama des techniques de réduction de bruit utilisées pour les signaux de parole au début des années 80. Ces techniques s'appliquent aussi, pour la plupart, au cas des enregistrements anciens, toutefois il est nécessaire de prendre en compte deux aspects importants :

- On ne dispose en général que d'une seule copie de l'enregistrement, ce qui exclue les méthodes de type multicapteurs.
- Compte tenu de la diversité des signaux musicaux présents sur les enregistrements, il est difficile d'émettre des hypothèses sur la nature du signal. En conséquence beaucoup

---

<sup>1</sup>Chapitre écrit par O. Cappé

de méthodes utilisées pour le débruitage de signaux de parole ne sont pas directement utilisables pour les enregistrements anciens (par exemple, lorsqu'elles supposent que le signal est quasi-périodique).

Dans ces conditions, les techniques utilisées pour la restauration d'enregistrements musicaux fonctionnent généralement selon le principe d'atténuation spectrale à court-terme qui consiste à effectuer une analyse du signal bruité par transformée de Fourier à court-terme (voir Chap. 5), puis à atténuer certains points des spectres à court-terme. L'atténuation apportée est d'autant plus importante que le niveau du spectre à court-terme  $|X(p, \omega_k)|^2$  est proche d'une estimation spectrale de la puissance du bruit de fond  $\hat{P}_d(\omega_k)$ . La mesure de la densité spectrale de puissance du bruit de fond est en général réalisée au préalable à partir d'un morceau de bruit seul pris en début ou en fin de l'enregistrement. Ceci suppose que le bruit de fond soit stationnaire tout au long de l'enregistrement. Le schéma de principe d'une telle technique est représenté par la figure 6.1. Dans ce schéma, *la règle de suppression* désigne le mécanisme qui permet de calculer l'atténuation à apporter à chaque point de la transformée à court-terme.

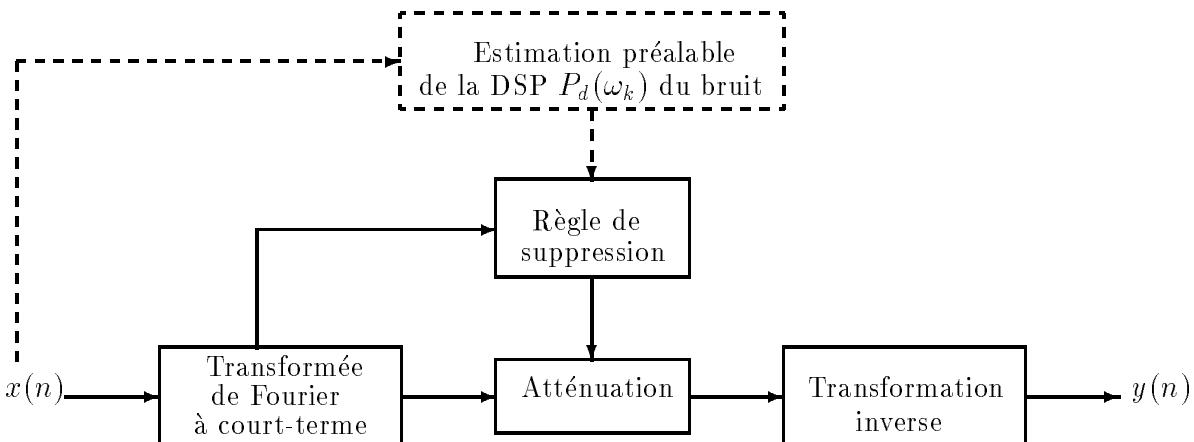


Figure 6.1: Débruitage par atténuation spectrale à court-terme. La partie du schéma représentée en pointillés se fait au préalable à partir d'une portion représentative du bruit  $d(n)$ . Toutes les opérations représentées en trait plein se font pour chaque fenêtre de signal à court-terme.

### 6.1.2 Mise en œuvre

Un grand nombre de règles de suppression ont été proposées dans la littérature [Lim 79], nous allons ici détailler le raisonnement qui permet d'obtenir l'une d'elles qui est appelée *soustraction en puissance*.

On suppose que le bruit de fond  $d(n)$  est un signal stationnaire qui est venu s'additionner au signal sonore inconnu  $s(n)$ . On admet de plus que les signaux  $d(n)$  et  $s(n)$  sont décorrélés. Le signal observé (l'enregistrement bruité) est noté  $x(n)$ . On montre aisément que la non-corrélation du signal inconnu et du bruit de fond implique la relation suivante sur les modules des transformées de Fourier à court-terme des différents signaux :

$$\mathbb{E} \left\{ |X(p, \omega_k)|^2 \right\} = \mathbb{E} \left\{ |S(p, \omega_k)|^2 \right\} + \mathbb{E} \left\{ |D(p, \omega_k)|^2 \right\} \quad (6.1)$$

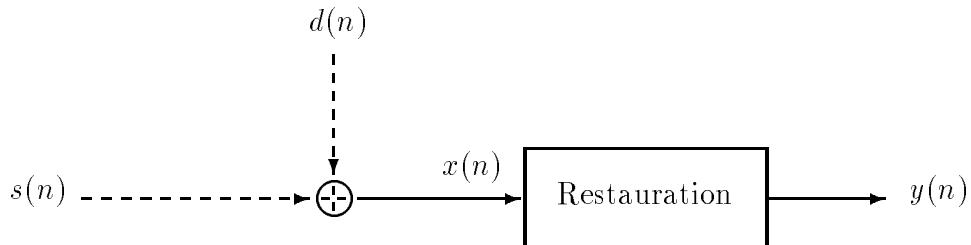


Figure 6.2: Notations.

Le bruit de fond étant supposé stationnaire, la quantité  $E\{|D(p, \omega_k)|^2\}$  ne dépend pas de l'indice temporel  $p$ , elle est égale à l'espérance du périodogramme du bruit (défini comme le module au carré de la transformée de Fourier discrète). On peut montrer que cette quantité constitue bien une estimation de la densité spectrale de puissance du bruit de fond [Kay 88] [Brillinger 81], on choisit donc de noter

$$\hat{P}_d(\omega_k) = E\{|D(p, \omega_k)|^2\} \quad (6.2)$$

L'équation (6.1) devient donc

$$E\{|X(p, \omega_k)|^2\} = E\{|S(p, \omega_k)|^2\} + \hat{P}_d(\omega_k) \quad (6.3)$$

Ce qui peut se réécrire

$$E\{|S(p, \omega_k)|^2\} = E\{|X(p, \omega_k)|^2\} - \hat{P}_d(\omega_k) \quad (6.4)$$

Cette dernière relation va nous permettre de définir le signal restauré  $y(n)$ . Pour mettre, en évidence l'atténuation apportée à chaque point du spectre à court-terme, on écrit que le spectre à court-terme du signal restauré est obtenu comme suit

$$Y(p, \omega_k) = X(p, \omega_k) \sqrt{1 - \frac{\hat{P}_d(\omega_k)}{|X(p, \omega_k)|^2}} \quad (6.5)$$

Ce qui implique

$$|Y(p, \omega_k)|^2 = |X(p, \omega_k)|^2 - \hat{P}_d(\omega_k) \quad (6.6)$$

C'est cette forme qui est à l'origine de la dénomination de soustraction en puissance. En comparant les relations (6.6) et (6.4), il apparaît que le signal  $y(n)$  restauré vérifie la propriété suivante :

$$E\{|Y(p, \omega_k)|^2\} = E\{|S(p, \omega_k)|^2\} \quad (6.7)$$

On obtient donc une estimation non-biaisée du carré du module de la transformée de Fourier à court-terme du signal inconnu. Ceci est intéressant car on sait que des sons qui présentent des transformées de Fourier à court-terme semblables en module sont perçus comme étant très proches à l'écoute (c'est le principe du spectrogramme où l'on ne représente que le module des spectres à court-terme). Attention toutefois, cette propriété est loin d'être infaillible et il très facile de trouver des contre-exemples. Cependant, la relation (6.7) garantit tout de même en

pratique une forte ressemblance du signal restauré  $y(n)$  avec le signal original inconnu lors de l'écoute.

Il faut cependant remarquer que l'estimation obtenue en pratique est tout de même biaisée pour les faibles valeurs du spectre. Ceci vient du fait que la quantité définie par l'équation (6.6) n'est pas forcément positive. Afin de préserver le sens physique de  $|Y(p, \omega_k)|^2$  (et de pouvoir synthétiser un signal temporel), on choisit en général de forcer à zéro les valeurs négatives. La règle de suppression dite de soustraction en puissance s'écrit donc

$$Y(p, \omega_k) = \begin{cases} X(p, \omega_k) \sqrt{1 - \frac{\hat{P}_d(\omega_k)}{|X(p, \omega_k)|^2}} & \text{quand } |X(p, \omega_k)|^2 \geq \hat{P}_d(\omega_k) \\ 0 & \text{quand } |X(p, \omega_k)|^2 < \hat{P}_d(\omega_k) \end{cases} \quad (6.8)$$

Conformément au schéma de la figure 6.1, le traitement du bruit de fond implique donc deux étapes:

1. **Estimation de la densité spectrale du bruit de fond** à partir d'une portion de bruit de fond seul. La formule (6.2) suggère un moyen naturel d'estimer  $\hat{P}_d(\omega_k)$  qui consiste à moyenner les modules au carré des spectres à court-terme. L'estimation  $\hat{P}_d(\omega_k)$  obtenue pour la densité spectrale est alors de type périodogramme moyené [Kay 88, Chap. 4]. Du fait de la forte variance du périodogramme simple, il est nécessaire de moyenner sur un nombre assez important de fenêtres pour obtenir une estimation satisfaisante. En pratique, il est nécessaire de disposer d'au moins une vingtaine de fenêtre à court-terme (on trouvera une justification plus précise de ce point dans [Kay 88, Chap. 4]), ce qui implique que la portion de bruit seul dure au moins une demi-seconde (pour une durée de fenêtre à court-terme de 25 ms).
2. **Traitement du signal bruité** qui se réalise naturellement sous la forme d'une boucle qui alterne
  - L'analyse par TFCT (application de la fenêtre de pondération et calcul de TFD).
  - L'atténuation du spectre à court-terme  $X(p, \omega_k)$  grâce à la relation (6.8).
  - La synthèse par TFCT à partir du spectre modifié  $Y(p, \omega_k)$  (TFD inverse et addition des parties communes des trames à court-terme successives).

### 6.1.3 Exemple de résultat

La figure 6.3 présente un exemple de suppression de bruit de fond réalisé grâce à la règle de soustraction en puissance. On distingue nettement le fait que les fortes valeurs du spectre, celles qui vérifient  $|X(p, \omega_k)|^2 \gg \hat{P}_d(\omega_k)$ , ne sont pas modifiées. Tandis que les valeurs proches du niveau de bruit de fond sont très fortement atténuées.

Le cas présenté par la figure 6.4 correspond à une trame à court-terme placée au milieu d'un instant de silence, c'est à dire que le signal analysé correspond à du bruit de fond seul. On constate que dans ce cas le spectre modifié (à droite sur la figure 6.4) n'est pas de niveau négligeable par rapport au niveau de bruit de fond. De plus,  $|Y(p, \omega_k)|$  présente un aspect très particulier sous la forme d'une succession de "pics" séparés par des zones de très faible amplitude. Pour comprendre ce phénomène, il faut remarquer que le spectre non modifié (en trait plein à droite sur la figure 6.4) est très différent du spectre "moyen" du bruit de fond (en

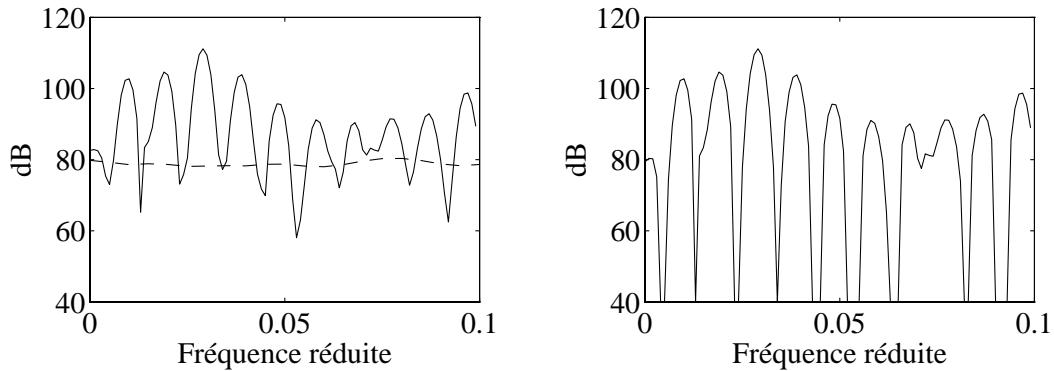


Figure 6.3: Exemple de modification spectrale par la règle de soustraction en puissance : **Cas d'un signal de fort niveau**. **A gauche**, le spectre original  $|X(p, \omega_k)|$ , avec en pointillé l'estimation de la densité spectrale du bruit de fond  $\hat{P}_d(\omega_k)$  (ici un bruit blanc). **A droite**, le spectre modifié  $|Y(p, \omega_k)|$ . Seule une partie des spectres est représentée.

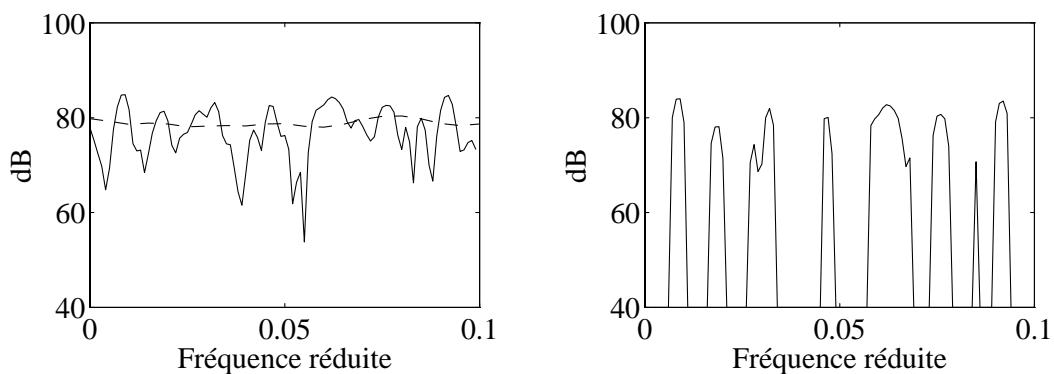


Figure 6.4: Exemple de modification spectrale par la règle de soustraction en puissance : **Cas d'un instant de silence**. **A gauche**, le spectre original  $|X(p, \omega_k)|$ , avec en pointillé l'estimation de la densité spectrale du bruit de fond  $\hat{P}_d(\omega_k)$  (ici un bruit blanc). **A droite**, le spectre modifié  $|Y(p, \omega_k)|$ . Seule une partie des spectres est représentée.

traits pointillés). Ceci est une illustration de la variance du périodogramme : dans une zone de silence, d'après l'équation (6.3), on a bien

$$\mathbb{E} \left\{ |X(p, \omega_k)|^2 \right\} = \hat{P}_d(\omega_k)$$

mais *ceci n'est vrai qu'en moyenne* ! Si on ne considère qu'une seule trame à court-terme (c'est à dire une seule réalisation), on constate une grande disparité entre  $|X(p, \omega_k)|^2$  et  $\hat{P}_d(\omega_k)$  ce qui est une propriété bien connue du périodogramme [Kay 88]. C'est le moyennage effectué sur plusieurs fenêtres distinctes qui garanti l'aspect lisse de  $\hat{P}_d(\omega_k)$ , il n'en va pas de même pour  $|X(p, \omega_k)|^2$ .

Le point gênant est que, dans une zone de silence,  $|X(p, \omega_k)|^2$  est susceptible de prendre des valeurs nettement plus grandes que  $\hat{P}_d(\omega_k)$ . Ces valeurs du spectre à court-terme sont donc peu atténuées puisque rien ne les différencie de composantes de signal de bas niveau. En conséquence le spectre du signal en sortie présente des pics (cf. partie droite de la figure 6.4). La présence de ces pics, dont les positions varient aléatoirement d'une trame à court-terme à l'autre, se traduit par un phénomène audible et peu naturel connu sous le nom de *bruit musical*.

La solution la plus intuitive à ce problème consiste à *s surestimer le niveau de bruit de fond*, c'est à dire à multiplier  $\hat{P}_d(\omega_k)$  par un facteur supérieur à 1. On conçoit en effet que si l'estimation du bruit de fond (en pointillés sur la partie gauche de la figure 6.4) est artificiellement surélevée jusqu'à passer au dessus des variations de  $|X(p, \omega_k)|^2$ , alors le spectre modifié sera bien identiquement nul. L'inconvénient de cette solution c'est que l'atténuation apportée aux valeurs du spectre à court-terme qui correspondent au signal devient de plus en plus importante ce qui finit par créer des distorsions audibles du signal. Plusieurs autres solutions à ce problème ont été proposées, on en trouvera des exemples dans [Boll 79] ou dans [Ephraim 84].

## 6.2 Bruit impulsif

Les enregistrements anciens présentent généralement des défauts qui n'affectent que de courts instants de l'enregistrement. Parmi ceux-ci, on distingue en général deux types de dégradations :

**Les bruits impulsifs** (*impulsive-noise* ou *clicks* en anglais) qui ont une durée extrêmement brève, de l'ordre de la milliseconde. Les bruits impulsifs qui sont en général très nombreux (plus de 4000 en moyenne pour un morceau musical complet issu d'un disque 78 tours) constituent l'essentiel des défauts localisés présents sur les disques analogiques.

**Les craquements** (ou *scratches* en anglais) qui perturbent le signal durant des durées beaucoup plus importantes de l'ordre de la vingtaine de millisecondes. Les craquements correspondent à des dégradations importantes du support de l'enregistrement.

Dans la suite on présente la technique la plus utilisée actuellement pour le traitement des bruits impulsifs.

### 6.2.1 Détection des bruits impulsifs

Le principe de la méthode détection est de travailler à partir du signal résiduel (ou erreur de modélisation) issu de la modélisation autorégressive (ou AR) du signal. On montre en effet

que les bruits impulsionnels présents dans le signal, même à niveau très faible, apparaissent clairement dans le signal résiduel.

Pour simplifier la situation réelle, on suppose, d'une part que le signal utile  $s(n)$  (signal audio et bruit de fond) est un processus stationnaire issu d'un modèle autorégressif supposé connu (pour les propriétés des modèles AR, se reporter, par exemple, à [Kay 88]). On notera  $1/A(z)$  sa fonction de transfert,  $p$  son ordre, et  $a_0, a_1, \dots, a_p$  ses coefficients (avec  $a_0 = 1$ ). D'autre part, on admet que le bruit impulsif peut être assimilé à une impulsion de Dirac additionnée au signal utile (on notera  $d(n) = d_0\delta(n_0)$  le bruit impulsif). Le "signal résiduel"  $x(n)$  est obtenu par filtrage du signal bruité par l'inverse de la fonction de transfert du modèle, c'est à dire avec les notations de la transformée en Z :

$$X(z) = A(z)(S(z) + D(z)) = A(z)S(z) + d_0z^{-n_0}A(z) \quad (6.9)$$

Dans cette équation, le terme  $A(z)S(z)$  correspond au signal résiduel associé à la modélisation AR et noté  $e(n)$  (à proprement parler c'est le seul signal qui devrait être appelé signal résiduel). Le second terme de (6.9) représente l'image du bruit impulsif dans le domaine du signal résiduel.

**Mise en évidence du bruit impulsif par passage au résiduel** On définit le niveau relatif du bruit impulsif (noté  $\mathcal{N}$ ) comme la puissance maximale du bruit impulsif divisée par la puissance du signal qu'il affecte. Pour le signal original, le niveau relatif du bruit impulsif s'écrit

$$\mathcal{N}_{(\text{signal})} = \frac{d_0^2}{\mathbb{E}\{s^2\}} \quad (6.10)$$

Pour le signal résiduel, d'après la relation (6.9), le niveau relatif du bruit impulsif devient

$$\mathcal{N}_{(\text{résiduel})} = \frac{d_0^2 \max_i \{a_i^2\}}{\mathbb{E}\{e^2\}} \quad (6.11)$$

Dans l'hypothèse d'un signal AR,  $e(n)$  est un bruit blanc, la relation de filtrage (6.9) qui existe entre le signal  $s(n)$  et le signal résiduel implique donc que

$$\mathbb{E}\{s^2\} = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|A(e^{j\omega})|^2} d\omega \right) \mathbb{E}\{e^2\} \quad (6.12)$$

Le terme entre parenthèses correspond à l'énergie totale de la fonction de transfert du modèle AR, on montre que celle-ci est forcément supérieure à 1. En reportant ce résultat dans l'équation (6.11) et en comparant avec l'expression (6.10), on obtient la relation suivante entre les niveaux relatifs du bruit impulsif

$$\mathcal{N}_{(\text{résiduel})} = \max_i \{a_i^2\} \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|A(e^{j\omega})|^2} d\omega \right) \mathcal{N}_{(\text{signal})} \quad (6.13)$$

Les coefficients  $a_i$  du modèle AR n'étant pas connus, on ne peut en toute généralité que minorer le terme de droite de l'équation ci dessus en remarquant que  $a_0 = 1$  implique

$$\max_i \{a_i^2\} \geq 1$$

Ceci revient à dire que l'amplitude du bruit impulsionnel ne peut pas diminuer lors du passage au signal résiduel. En prenant en compte ce résultat, la relation (6.13) devient

$$\frac{\text{niveau relatif du bruit impulsionnel dans le signal résiduel}}{\text{niveau relatif du bruit impulsionnel dans le signal original}} \geq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|A(e^{j\omega})|^2} d\omega \quad (6.14)$$

L'intérêt de travailler sur le signal résiduel  $e(n)$  tient essentiellement au fait que dès que la fonction de transfert du modèle AR présente des zones assez résonantes, le gain de l'équation (6.14) devient très important. Pour la plupart des signaux audio, ce gain est largement supérieur à 20 dB. L'équation (6.14) indique donc que le bruit impulsionnel à détecter est fortement amplifié lors du passage au signal résiduel. En fait, il faut noter qu'il s'agit d'une amplification relative, c'est à dire que le bruit impulsionnel conserve à peu près son amplitude, par contre le signal dans lequel il est noyé voit son amplitude fortement diminuer.

**Localisation du bruit impulsionnel par filtrage adapté** Au point précédent, nous avons vu que le bruit impulsionnel était convolué par la réponse impulsionnelle du filtre inverse  $A(z)$  lors du passage au résiduel. Ce nouveau bruit impulsionnel est noyé dans le signal résiduel qui est un bruit blanc gaussien dans l'hypothèse où le signal de départ provient d'un processus autorégressif. Dans ces conditions, on montre que la meilleure stratégie de détection du bruit impulsionnel, au sens du rapport de vraisemblance, consiste à utiliser le filtre dit adapté. La détection du bruit impulsionnel s'effectue alors simplement en comparant l'amplitude maximale du signal après filtrage adapté à un seuil [Van Tress 68]. Dans le cas réel, le filtre adapté est obtenu en inversant l'ordre temporel des coefficients de la réponse impulsionnelle du filtre  $A(z)$  [Van Tress 68] [Charbit 90]. La détection par filtrage adapté est représentée sous forme schématique par la partie droite de la figure 6.5.

Une remarque intéressante est que le résultat du filtrage adapté s'interprète aussi comme l'intercorrélation de la réponse impulsionnelle  $A(z)$  avec le signal résiduel (ce que l'on note par  $y(n) = R_{a,e}(n)$ ). En se souvenant que d'après la relation (6.9), le signal résiduel  $x(n)$  est composé de deux termes distincts, on obtient par linéarité

$$y(n) = R_{a,e}(n) + d_0 R_{a,a}(n - n_0) \quad (6.15)$$

Le second terme de cette relation correspond à l'image bruit impulsionnel après filtrage adapté, on note que celle-ci correspond à l'autocorrélation de la réponse impulsionnelle  $A(z)$  translatée autour de l'indice temporel  $n_0$  où est localisé le bruit impulsionnel. Le niveau relatif du bruit impulsionnel dans le signal obtenu en sortie du filtre adapté est donc défini par

$$\mathcal{N}_{(\text{adapté})} = \frac{\max_n \{ [d_0 R_{a,a}(n - n_0)]^2 \}}{\text{E} \{ R_{a,e}^2 \}}$$

L'autocorrélation d'un signal étant toujours maximale en zéro, on a

$$\mathcal{N}_{(\text{adapté})} = \frac{[d_0 R_{a,a}(0)]^2}{\text{E} \{ R_{a,e}^2 \}} \quad (6.16)$$

Ce point illustre un des avantages du filtrage adapté : quelle que soit la forme de la réponse impulsionnelle  $A(z)$ , la détection (si elle a lieu) intervient toujours à l'indice  $n_0$  qui correspond

à la position exacte du bruit impulsif. Par ailleurs, comme le signal résiduel  $e(n)$  est un bruit blanc, on a une relation similaire à (6.12) qui s'écrit

$$E\{R_{a,e}^2\} = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |A(e^{j\omega})|^2 d\omega \right) E\{e^2\} \quad (6.17)$$

La quantité entre parenthèse qui correspond à l'énergie totale de la réponse impulsif du filtre inverse  $A(z)$  est égale au terme  $R_{a,a}(0)$  qui figure au numérateur de (6.16) (théorème de Parseval). En reportant (6.17) dans (6.16) on déduit donc que le niveau relatif du bruit impulsif vérifie

$$\mathcal{N}_{(\text{adapté})} = \frac{d_0^2 R_{a,a}(0)}{E\{e^2\}} \quad (6.18)$$

On note au passage que la limite de détection associée au filtre adapté ne dépend que de l'énergie du signal recherché (au numérateur) et de la puissance du bruit blanc dans lequel il est noyé (au dénominateur) [Van Tress 68]. Par suite, en faisant apparaître l'expression du niveau relatif du bruit impulsif  $\mathcal{N}_{(\text{résiduel})}$  défini par (6.11) on obtient

$$\mathcal{N}_{(\text{adapté})} = \frac{R_{a,a}(0)}{\max_i\{a_i^2\}} \mathcal{N}_{(\text{résiduel})}$$

On obtient donc une relation analogue à (6.14) qui décrit le gain obtenu lors du filtrage adapté

$$\frac{\text{niveau relatif du bruit impulsif après filtrage adapté}}{\text{niveau relatif du bruit impulsif dans le signal résiduel}} = \frac{\sum_i a_i^2}{\max_i\{a_i^2\}} \quad (6.19)$$

L'étape de filtrage adapté se traduit donc bien par un gain, puisque le terme de droite dans l'équation ci-dessus est forcément supérieur à 1. De plus, ce gain est d'autant plus important que la réponse impulsif  $A(z)$  est "étendue", c'est à dire qu'elle présente plusieurs termes d'amplitudes comparables. Le principal intérêt du filtrage adapté est de permettre une localisation plus précise du défaut, en effet, l'étalement du bruit impulsif dû au filtrage par  $A(z)$  lors du passage au résiduel peut rendre difficile la localisation du bruit impulsif. Or nous avons vu que le filtrage adapté permet de déterminer sans ambiguïté la position du bruit impulsif.

**Mise en œuvre** La procédure complète de détection des bruits impulsifs est représentée par le schéma de la figure 6.5. Où la première étape de filtrage correspond au passage au signal résiduel, tandis que le filtrage par  $A(z^{-1})$  (réponse impulsif du filtre inverse retournée) et le seuillage représentent la détection par filtrage adapté.

On note qu'il est nécessaire d'estimer la puissance du signal résiduel afin de fixer le seuil de détection. Plus précisément, la relation (6.15) montre que pour obtenir un taux de fausses alertes fixé, le signal sur lequel on doit appliquer le seuil est  $y(n)/\sqrt{E\{R_{a,e}^2\}}$  (se souvenir que  $R_{a,e}(n)$  est un signal gaussien [Van Tress 68]). La réponse  $A(z)$  étant connue, et en utilisant le résultat (6.17), le seul paramètre à déterminer est bien  $E\{e^2\}$ . Une remarque est que cette puissance ne correspond pas au  $\sigma^2$  fourni par la modélisation AR du fait de la présence du bruit

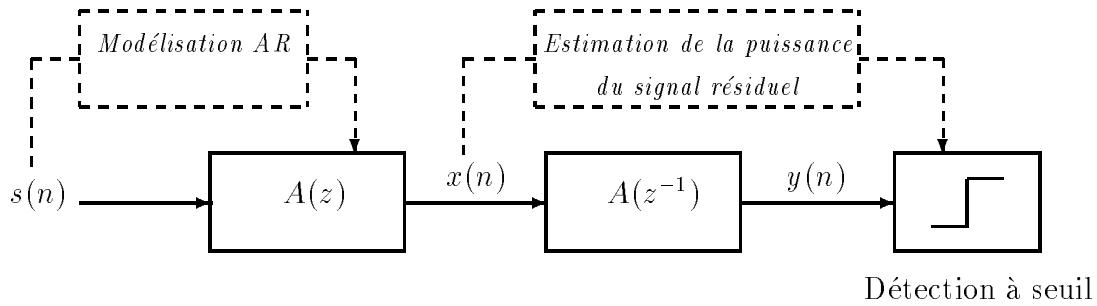


Figure 6.5: Schéma de principe de la détection des bruits impulsionnels.

résiduel additionné au signal résiduel  $e(n)$ . En effet  $\sigma^2$  représente la puissance du signal  $x(n)$  (bruit impulsionnel compris) et donc  $\sigma^2 > E\{e^2\}$ . En pratique, pour estimer la puissance de  $e(n)$ , qui est inconnu, à partir du signal  $x(n)$ , on rejette dans  $x(n)$  les valeurs trop importantes qui ont de fortes chances d'être dues à la présence de bruits impulsionnels avant d'estimer la puissance.

En pratique la situation est moins favorable que le cas idéal décrit aux paragraphes précédents pour plusieurs raisons :

- Le bruit impulsionnel, même s'il est très bref, n'est pas une impulsion de Dirac (pour mémoire, une milliseconde à la fréquence d'échantillonnage de 32 kHz représente tout de même 32 échantillons).
- Le modèle AR du signal n'est pas connu, il doit être estimé. Le problème est que la présence de bruits impulsionnels tend à aplatiser le spectre du modèle estimé en limitant la dynamique des zones résonantes et en relevant le niveau des zones de faible niveau. D'après la relation (6.14), ceci limite les possibilités de détection du système.
- Pour la plupart des signaux audio, l'hypothèse d'un signal AR n'est elle-même pas vérifiée. En particulier il est bien connu que pour des sons de parole voisés le signal résiduel n'est pas un bruit blanc mais plutôt une suite d'impulsions quasi périodiques [Makhoul 75]. Il faut donc tenir compte de cet aspect lors du réglage du seuil de détection.

Malgré tout, les résultats obtenus restent très satisfaisants. La figure 6.6 présente un exemple de détection pour un extrait de signal réel. Les paramètres retenus pour la modélisation sont une durée de trame de 500 échantillons, soit 20 ms compte tenu de la fréquence d'échantillonnage, et un ordre de 20 pour le modèle, la méthode de modélisation AR utilisée est la méthode de covariance (*Least-Square* en anglais) [Kay 88]. On note que le bruit impulsionnel qui est à peine visible sur le signal est détecté dans ce cas. De plus, le rapport de l'équation (6.14) vaut environ 40 dB pour le modèle estimé dans cet exemple, c'est à dire qu'un bruit impulsionnel d'amplitude 10 fois plus faible que celui qui est représenté sur la figure 6.6 serait encore détecté.

### 6.2.2 Correction des bruits impulsionnels

Pour s'affranchir de la perturbation due au bruit impulsionnel, on cherche à interpoler le signal. La méthode la plus robuste pour les signaux audio consiste à considérer que les données à

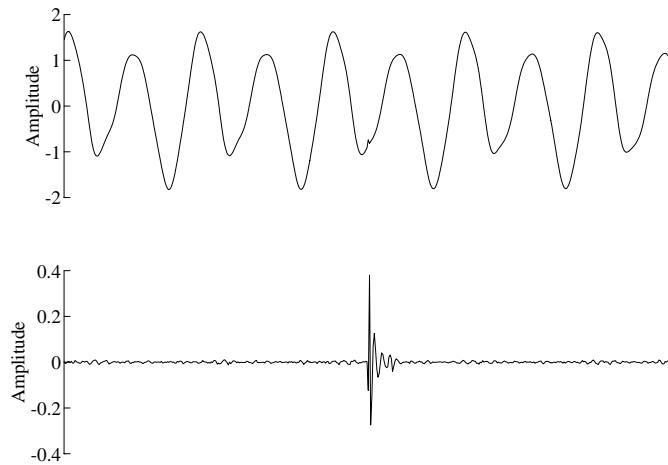


Figure 6.6: Détection d'un bruit impulsionnel. **En haut**, le signal original, le niveau relatif du bruit impulsionnel est de -18 dB (rapport 1/8 en amplitude). **En bas**, le signal résiduel après filtrage adapté.

interpoler sont issues d'un signal autorégressif. Dans cette approche, le modèle AR du signal  $s(n)$  est connu, et on cherche à interpoler les données manquantes avec une erreur quadratique moyenne d'interpolation minimale (c'est à dire que le signal interpolé  $\hat{s}(n)$  minimise  $E\{|s(n) - \hat{s}(n)|^2\}$ ). Il est possible de trouver l'expression analytique de l'estimateur linéaire des données manquantes qui vérifie cette propriété de variance minimale [Jansen 86].

Dans le cas général, la procédure d'interpolation obtenue est assez lourde à mettre en oeuvre puisque la résolution du système implique l'inversion d'une matrice de dimension  $l \times l$ , où  $l$  est le nombre d'échantillons à interpoler. Toutefois, si tous les échantillons à interpoler sont consécutifs, la matrice à inverser présente une structure particulière dite de Toeplitz. L'inversion de cette matrice peut alors être réalisée de manière beaucoup moins coûteuse grâce à l'algorithme de Levinson [Press 86]. Pour les bruits impulsionnels, il est donc toujours plus efficace d'interpoler séparément chaque défaut pour se ramener au cas d'échantillons consécutifs. Toutefois, ceci n'est possible que si les bruits impulsionnels sont séparés d'au moins  $p$  (ordre du modèle AR) échantillons de signal sans défauts. En effet, si les zones à interpoler sont trop proches il devient impossible de considérer les défauts séparément, il est alors nécessaire de réaliser l'interpolation globale (donc coûteuse).

Avec cette méthode, l'interpolation de zones de signal allant jusqu'à plusieurs dizaines d'échantillons successifs est quasiment inaudible pour la plupart des signaux audio [Jansen 86].

### 6.3 Bibliographie du chapitre 6

- [Boll 79] S. F. Boll. Suppression of acoustic noise in speech using spectral subtraction. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 27 (2), pp. 113–120, 1979.
- [Brillinger 81] D. R. Brillinger. *Time Series Data Analysis and Theory*. Holden-Day, expanded edition, 1981.
- [Cappe 93] O. Cappé. *Techniques de Réduction de Bruit pour la Restauration d'Enregistrements Musicaux*. PhD thesis, ENST, Sep 1993.
- [Charbit 90] M. Charbit. *Eléments de théorie du Signal: les signaux aléatoires*. Collection Pédagogique de Télécommunication. Ellipse, Paris, 1990.
- [Ephraim 84] Y. Ephraim and D. Malah. Speech enhancement using a minimum mean-square error short-time spectral amplitude estimator. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 32 (6), pp. 1109–1121, 1984.
- [Jansen 86] A. J. E. M. Jansen, R. N. J. Veldhuis, and . B. Vries. Adaptive interpolation of discrete-time signals that can be modelled as autoregressive processes. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 34 (2), pp. 317–330, 1986.
- [Kay 88] S. M. Kay. *Modern Spectral Estimation*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- [Lim 79] J. S. Lim and A. V. Oppenheim. Enhancement and bandwidth compression of noisy speech. *Proc. IEEE*, vol. 67 (12), Dec 1979.
- [Lim 83] J. S. Lim. *Speech enhancement*. Prentice-Hall signal processing series. Prentice-Hall, 1983.
- [Makhoul 75] J. Makhoul. Linear prediction: A tutorial review. *Proc. IEEE*, vol. 63 (11), pp. 1380–1418, Nov 1975.
- [Press 86] W. H. Press. *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [Van Tress 68] H.L. Van Tress. *Detection, Estimation and Modulation Theory*. Wiley, New York, 1968.

# Chapitre 7

## <sup>1</sup>Réverbération artificielle et spatialisation des sons

### 7.1 Introduction. Le canal acoustique

Dans un milieu de propagation acoustique, le signal capté par un récepteur diffère du signal émis par une source sonore. Cette différence est due à des phénomènes physiques qui, en première approximation, peuvent être considérés comme linéaires et représentés par une réponse impulsionnelle  $h(t)$  causale liant le signal émis  $x(t)$  et le signal reçu  $y(t)$ :

$$y(t) = \int_0^\infty x(t-u)h(u)du \quad \text{ou} \quad y_n = \sum_{i=0}^{\infty} x_{n-i}h_i \quad (7.1)$$

La transformation subie par le signal peut être modélisée comme une transmission dans ce qu'on appellera le canal acoustique [Gilloire 87].

#### 7.1.1 Cas des lieux clos. Réverbération

Dans un lieu clos, la présence des parois et d'obstacles entraîne l'existence de trajets multiples de durées distinctes entre la source et le récepteur, ce qui se traduit, dans le signal reçu, par une "répétition" du signal émis due à la superposition des contributions des différents trajets, phénomène auquel on donne le nom de réverbération. La première des contributions possibles est le son direct, c'est-à-dire celui qui existerait en l'absence des parois et de tout autre obstacle. La somme des contributions de tous les autres trajets forme l'effet de salle. Ici, le canal acoustique est entièrement défini par un ensemble de paramètres que l'on conviendra de diviser en trois sous-ensembles:

- la salle, définie par la géométrie et les matériaux des murs et des obstacles,
- la source, définie par sa position, son diagramme de rayonnement (directivité d'émission) et son étendue,
- le récepteur (typiquement un voire deux microphones), défini par sa position et son diagramme de directivité.

---

<sup>1</sup>Chapitre écrit par J.M. Jot

La figure 7.3 présente l'échogramme-type d'une réponse impulsionnelle (monophonique) enregistrée dans une salle, où l'on distingue les contributions du son direct et de l'effet de salle. Dans ce dernier, on distingue encore les premières réflexions (ou échos précoce), temporellement séparables, d'un "continuum" perçu par l'oreille comme une traînée sonore. Cette traînée sonore, qu'on appellera réverbération tardive (expression française correspondant au terme anglais late reverberation) peut être considérée, sur le plan perceptif, comme caractéristique de la salle elle-même, c'est-à-dire indépendante des paramètres liés à la source et au récepteur, ce qui n'est pas le cas en revanche pour les premières réflexions [Gilloire 87]. Comme l'illustre la figure 7.3, l'énergie de la réverbération tardive décroît suivant une allure approximativement exponentielle (donc linéairement lorsqu'elle est exprimée en décibels).

### 7.1.2 Auralisation

On regroupe aujourd'hui sous le vocable "auralisation" les techniques qui visent à restituer auditivement un environnement sonore sur un dispositif de reproduction individuel. Ces techniques trouvent leur application pour l'aide à la construction de salles de concert, dans les studios d'enregistrement, mais aussi, associées à la vidéo ou à la synthèse d'image, dans les systèmes de simulation et de réalité virtuelle ou les futurs systèmes d'audioconférence. La relation 7.1 et la connaissance de la réponse impulsionnelle  $h_n$  offrent un premier moyen de recréer artificiellement l'effet de réverbération quel que soit le signal émis  $x_n$ , au moyen d'un calculateur numérique.

Le calcul de la convolution discrète d'après l'équation 7.1 nécessite  $N$  additions-multiplications par échantillon si  $N$  est la durée de la réponse impulsionnelle exprimée en nombre d'échantillons. Pour une durée de une seconde et une fréquence d'échantillonnage de 32 kHz, ce coût dépasse d'un facteur 50 environ la puissance des microprocesseurs de traitement du signal les plus récents. Les techniques de convolution rapides fondées sur l'algorithme de FFT permettent de réduire ce coût à un ordre de grandeur raisonnable: environ  $4\log_2(2N)$  opérations par échantillon pour la méthode "overlap-save" avec FFT sur  $2N$  points [Crochier 83]. Cependant, cette méthode nécessite une capacité mémoire de  $5N$  échantillons et introduit un retard de traitement d'une durée de  $4N$  échantillons.

Outre l'important volume de calcul, le filtrage par convolution se révèle peu pratique car le contrôle de l'effet de réverbération artificielle nécessite la remise à jour globale de tous les coefficients constituant la réponse impulsionnelle, soit plusieurs milliers! On est donc naturellement conduit à rechercher des modèles, fondés sur des propriétés physiques et perceptives du phénomène de réverbération, permettant de simplifier la mise en œuvre et le contrôle en temps réel du filtrage numérique simulant un canal acoustique.

### 7.1.3 Modèles physiques et perceptifs en acoustique des salles

Depuis les années 70, les recherches en acoustique des salles [Schroeder 70, Kuttruff 91, Ando 85] ont permis de montrer que, tant du point de vue physique que du point de vue perceptif, il est justifié de décomposer l'effet de salle en 'réverbération tardive' d'une part (principalement fonction du volume et de l'absorption globale de la salle), et 'réflexions précoce' d'autre part (qui dépendent de la géométrie de la salle et de la position de la source et du récepteur) [Kuttruff 91]. La réverbération tardive est caractérisée par une grande densité d'échos par unité de temps,

de sorte qu'on peut la modéliser sous la forme d'un processus aléatoire gaussien décroissant exponentiellement au cours du temps. De même, la réponse en fréquence de la salle possède une densité de modes très élevée, du moins au delà d'une fréquence limite (souvent appelée fréquence de Schroeder) qui va de quelques dizaines de Hz (grandes salles) à quelques centaines de Hz (petites salles relativement réverbérantes). La fig. 7.1 présente le domaine de validité du modèle statistique en fonction du temps de mélange  $\sqrt{V}$  et de la fréquence de Schroeder  $2\sqrt{\frac{T_r}{V}}$ .

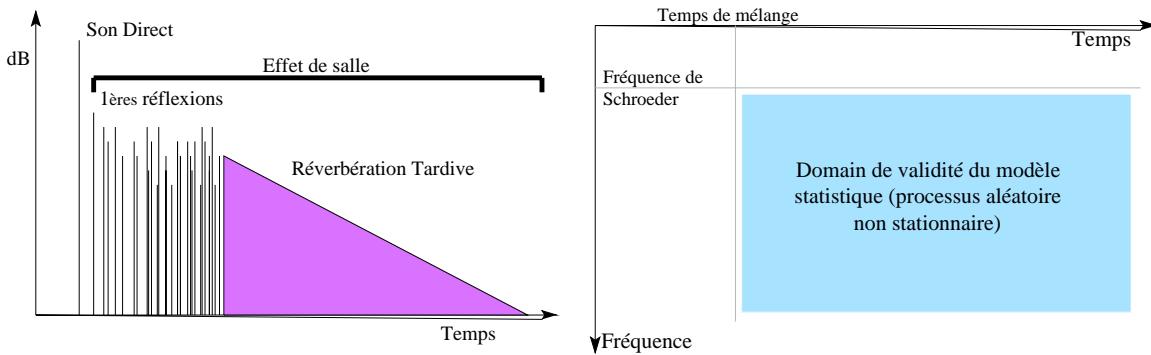


Figure 7.1: Premières réflexions et réverbération tardive. Validité du modèle statistique en fonction du temps de mélange et de la fréquence de Schroeder.

La caractérisation perceptive de la qualité acoustique distingue les aspects spatiaux (directionnels) des aspects temporels de l'effet de salle. On peut caractériser les attributs spatiaux par une mesure de similarité binaurale dérivée de la fonction d'intercorrélation entre les réponses impulsionales droite et gauche mesurées sur une tête artificielle [Damaske 72].

Les attributs temporels, liés à la répartition de l'énergie dans la réponse impulsionale, sont mis en évidence sur la courbe de décroissance, qui décrit la puissance du signal reçu en fonction du temps écoulé après que la source a cessé d'émettre un message continu (le message de référence étant un bruit blanc). Schroeder a montré que la courbe de décroissance (Energy Decay Curve) se déduit directement de la réponse impulsionale  $h(t)$  par intégration rétrograde de l'énergie [Schroeder 65]:

$$EDC_h(t) = \int_t^{+\infty} h^2(\tau) d\tau \quad (7.2)$$

$EDC(t)$  est donc l'énergie restant dans la réponse impulsionale après l'instant  $t$ , habituellement représentée en décibels (voir fig. 7.3). Le principal critère utilisé par les acousticiens des salles, le temps de réverbération, mesure la pente de la courbe de décroissance (exprimée par le temps nécessaire pour que l'énergie décroisse de 60 dB). Le temps de réverbération varie en fonction de la fréquence ce qui nécessite un calcul de la courbe de décroissance par bandes d'octaves, à partir de versions filtrées de la réponse  $h(t)$ . Une procédure équivalente consiste à représenter, en fonction du temps  $t$ , la répartition fréquentielle de l'énergie restant dans la réponse impulsionale après l'instant  $t$ . On définit ainsi le "relief de décroissance" ("Energy Decay Relief") [Jot 92b, Jot 92a].

## 7.2 Mesure d'une réponse impulsionnelle par excitation pseudo-aléatoire

La méthode consistant à utiliser un signal d'excitation impulsionnel se heurte aux inconvénients suivants : compte tenu de la faible durée du signal, il est nécessaire pour obtenir un rapport signal/bruit satisfaisant d'utiliser une excitation de grande amplitude, ce qui est délicat lorsqu'on utilise un haut-parleur (introduction de non linéarités), tandis que les sources sonores impulsionnelles (éclateurs, pistolets) posent des problèmes de reproductibilité. Lorsqu'un haut-parleur est utilisé, la solution conventionnelle consiste à effectuer un moyennage de mesures successives afin d'améliorer le rapport signal/bruit de la mesure, ce qui conduit à une procédure de mesure fastidieuse.

Une solution plus avantageuse, appliquée initialement à l'acoustique des salles par Schroeder, consiste à utiliser un signal d'excitation pseudo-aléatoire [Schroeder 79, Borish 83, Jullien 83]. Il existe aussi des systèmes utilisant une autre technique aux performances comparables : la spectrométrie à filtrage décalé (time-delay spectrometry), basée sur un balayage linéaire en fréquence [Vanderkooy 86, Poletti 88, D'Antonio 89].

La réponse impulsionnelle est fournie par la fonction d'intercorrélation  $C_{xy}(n)$  entre le signal d'entrée et le signal de sortie du système mesuré (fig. 7.2). Il suffit pour cela que le signal aléatoire  $x_n$  soit un bruit blanc, car on a dans le cas général, en régime stationnaire :

$$C_{xy}(n) = C_{xx}(n) \star h_n$$

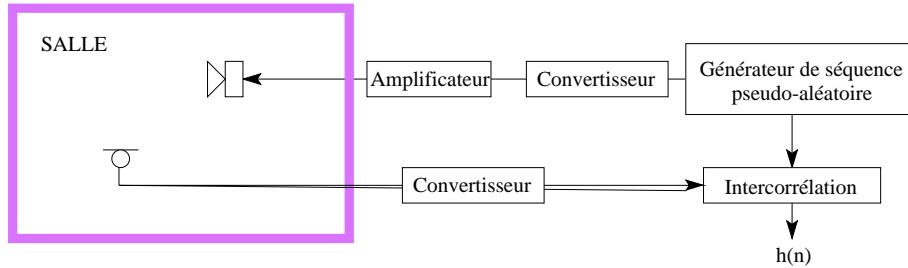


Figure 7.2: Principe de la mesure d'une réponse impulsionnelle par la méthode proposée par Schroeder [Schroeder 79].

### 7.2.1 Les séquences MLS

Les signaux d'excitation  $x(n)$  proposés par Schroeder [Schroeder 79] sont des séquences de longueur maximale (MLS), signaux périodiques de période  $L = 2^k - 1$ . Ces signaux, qui ne prennent que les valeurs instantanées +1 et -1, sont aisément produits au moyen d'un calculateur ou de registres à décalage rebouclés [McWilliams 76].

La propriété intéressante de ces séquences est que leur fonction d'autocorrélation est presque exactement une fonction peigne de Dirac de période L. En effet, leur fonction d'autocorrélation cyclique pour la période L, notée ici  $C_{xx}^L$  est :

$$C_{xx}^L(n) = \frac{1}{L} \sum_{m=0}^{L-1} x_{m-n} x_m = 1 \quad \text{si} \quad n \equiv 0 \pmod{L} \quad (7.3)$$

$$= \frac{-1}{L} \quad \text{sinon} \quad (7.4)$$

Ce qui peut s'écrire:

$$C_{xx}^L(n) = (1 + \frac{1}{L})\delta_{[L]}(n) - \frac{1}{L}$$

On vérifie alors que

$$C_{xy}^L(n) = \frac{1}{L} \sum_{m=0}^{L-1} x_{m-n} y_m = (1 + \frac{1}{L})\delta_{[L]}(n) \star h_n - \frac{1}{L}\bar{h}$$

où  $\bar{h}$  représente la composante continue de la réponse impulsionnelle et  $\star$  l'opération de convolution. Ainsi, à la composante continue près (qui est le plus souvent négligeable), la fonction de corrélation entrée-sortie est la réponse impulsionnelle cherchée, multipliée par  $(1 + 1/L)$  et "périodisée" (c'est-à-dire convoluée par le peigne de Dirac  $\delta_{[L]}$ ). La réponse impulsionnelle peut donc être calculée sans approximation sur un horizon d'observation fini (une seule période suffit). Cet avantage provient du fait qu'une séquence MLS est en réalité un signal déterministe: l'élimination du caractère aléatoire du signal d'excitation garantit la reproductibilité au bruit ambiant près [Borish 83].

De plus, un algorithme utilisant la transformée de Hadamard permet le calcul rapide de la fonction d'intercorrélation cyclique [Borish 83], bien que la période  $L$  des signaux ne soit pas une puissance de 2 (ce qui interdit l'utilisation de l'algorithme FFT). Notons que la longueur de la période  $L$  doit être suffisante pour inclure la totalité de la réponse impulsionnelle à mesurer, faute de quoi la convolution temporelle ferait apparaître un phénomène d'"aliasing temporel".

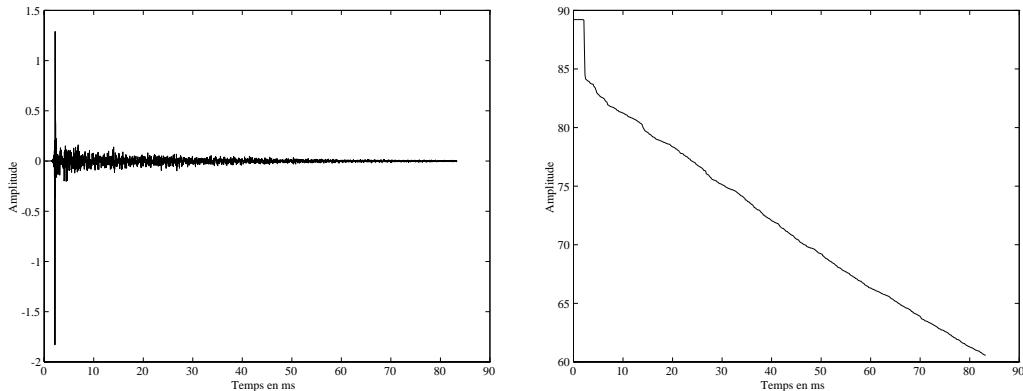


Figure 7.3: Réponse impulsionnelle mesurée à l'aide d'une séquence MLS. A droite, 'energy decay curve' de cette réponse (voir Eq. 7.2)

### 7.2.2 Les codes de Golay

Plus récemment, un autre type de signaux d'excitation a été proposé, les codes de Golay [Foster 86]. Leurs avantages sont: 1) la longueur de leur période est une puissance de 2, ce qui permet d'utiliser la FFT pour calculer la corrélation cyclique. 2) L'autocorrélation est *exactement* un peigne de Dirac, il n'y a plus d'erreur due à la composante continue. Néanmoins, ils nécessitent l'acquisition de deux séquences complémentaires, ce qui complique légèrement la mesure.

## 7.3 Techniques de codage et de reproduction spatiale des sons

Dans ce chapitre, nous examinons les méthodes de prise et de reproduction du son permettant de restituer la localisation d'une source dans l'espace sonore subjectif de l'auditeur. Lors de la prise de son, le codage des informations directionnelles est effectué par un dispositif de deux microphones au moins, ce qui implique un stockage ou une transmission du message sonore sur plusieurs canaux. La reproduction s'effectue sur une paire d'écouteurs ou un dispositif de deux haut-parleurs au moins. Dans un système de spatialisation, il s'agit de réaliser artificiellement le codage du message sonore sur plusieurs canaux à partir d'un signal de prise de son monophonique.

### 7.3.1 La stéréophonie conventionnelle

La stéréophonie conventionnelle utilise les différences d'intensité et les décalages temporels entre les deux signaux émis par les haut-parleurs pour fournir les indications relatives aux positions qu'occupaient les sources lors de l'enregistrement. Les deux signaux sont fournis, lors de l'enregistrement, par deux microphones de directivités différentes, orientés différemment ou placés à des positions différentes (on parle alors d'un couple de microphone "non coïncidents"). Le potentiomètre panoramique d'une console de mixage reproduit artificiellement ces différences entre les deux canaux, à partir d'un signal monophonique. Les potentiomètres panoramiques conventionnels n'introduisent qu'une différence d'intensité entre les canaux gauche et droit [Simon 88], ce qui simule un enregistrement effectué à l'aide d'un couple de microphones coïncidents. Afin de bénéficier des qualités que de nombreux auteurs reconnaissent aux enregistrements par des couples de microphones non coïncidents, tels que le couple AB "ORTF", une première tentative d'amélioration consisterait à introduire aussi un décalage temporel. Cependant, les positions des sources enregistrées en stéréophonie conventionnelle se trouvent ramenées, lors de la reproduction sur haut-parleurs, à l'intérieur du secteur angulaire horizontal délimité par les directions des deux haut-parleurs (c'est-à-dire entre les azimuts  $-30^\circ$  et  $+30^\circ$ ). Une écoute au casque modifie considérablement la spatialisation obtenue, et produit invariablement une localisation subjective de la source "à l'intérieur de la tête".

### 7.3.2 Les systèmes multi-canaux

le codage et la reproduction des informations directionnelles sur deux canaux seulement conduisent à une restriction de la zone de provenance apparente des sons (frontale en stéréo) et à une forte contrainte sur la position de l'auditeur. Afin de dépasser ces limites, il est nécessaire de coder les informations directionnelles sur un nombre de canaux supérieur à 2, et le nombre de haut-parleurs doit être au moins égal au nombre de canaux d'enregistrement. Deux approches fournissent aujourd'hui des solutions applicables à un auditeur unique ou à un auditoire réduit : l'approche "sound field" (représentée par la norme anglaise "Ambisonics") et l'approche "surround" (représentée par les codages utilisés en cinéma et leurs dérivés).

La prise de son format Ambisonics (encore appelé "UHJ" ou "format B") nécessite un microphone composé de 4 capsules, appelé "Sound Field Microphone". A la reproduction, l'auditeur est placé au centre d'une sphère portant 8 à 12 haut-parleurs alimentés par des signaux obtenus

par un matriçage des 4 signaux d'origine. Pour une reproduction des directions horizontales uniquement, trois canaux de codage et 4 à 6 haut-parleurs suffisent [Gerzon 85, Furness 90]. Le système Ambisonics est cependant lui aussi contraignant en ce qui concerne la position de l'auditeur, mais procure une localisation plus "robuste" que les techniques binaurales, résistant aux rotations de la tête de l'auditeur et aux variations inter-individuelles.

Dans l'approche "surround", l'amélioration visée par rapport à la stéréophonie conventionnelle est la restitution d'une scène sonore peu dépendante de la position de l'auditeur par rapport aux haut-parleurs et incluant des informations d'ambiance et de réverbération provenant des directions latérales et arrières. Cependant, contrairement au système Ambisonics, cette approche privilégie la restitution des événements sonores frontaux, tandis que la reproduction des autres informations spatiales est peu contrôlée. Cette approche est héritée des premières techniques stéréophoniques imaginées pour l'industrie cinématographique à la fin des années 30, qui sont à l'origine de la stéréophonie à deux canaux actuelle. Les systèmes de reproduction cinématographiques comportent encore aujourd'hui, en plus des haut-parleurs droit et gauche, un haut-parleur central placé derrière l'écran (assurant une localisation stable des dialogues pour tous les spectateurs) et éventuellement des haut-parleurs frontaux supplémentaires [Julstrom 87]. Plus tard sont apparus des haut-parleurs placés sur les murs latéraux et arrière de la salle, spécifiquement destinés à diffuser des signaux "d'ambiance" ou d'effets spéciaux. Comme dans le format Ambisonics, le nombre de canaux de transmission est rendu inférieur au nombre de canaux de diffusion par l'utilisation de matrices d'encodage et de décodage qui assurent une compatibilité avec la reproduction stéréo ou mono conventionnelle. L'exemple aujourd'hui le plus répandu de l'approche "surround" est le système "Dolby Stereo" utilisé dans l'industrie cinématographique, dont a été dérivé plus récemment le système "Dolby Surround" visant plus spécifiquement les applications vidéo domestiques. Trois canaux de transmission (gauche, centre et droit) sont employés pour la restitution des sources sonores frontales, tandis qu'un seul canal ("surround") est réservé aux informations d'ambiance.

Les organismes de normalisation internationaux ont engagé récemment un effort en vue de la standardisation d'un format de codage "universel" à 5 canaux dénommé "3/2-Stereo", visant des applications avec ou sans accompagnement visuel (HDTV, vidéo, cinéma, multimedia, mais aussi radiophonie numérique, CD...). La différence essentielle entre ce format et le format "Dolby Surround" réside dans le fait que 2 canaux latéraux (au lieu d'un) sont utilisés pour la transmission des informations d'ambiance. Cela permet une meilleure reproduction des sons diffus (réverbération) et de la localisation des sources latérales. L'avenir de cette norme 3/2 repose sur la possibilité d'encoder ces cinq canaux audio sur un support numérique à capacité limitée, ce qui nécessite l'utilisation de techniques de réduction de débit basées sur des modèles perceptifs. C'est le cas du procédé "AC-3" utilisé dans le format numérique Dolby Surround SR-D.

### 7.3.3 Systèmes électroacoustiques dans les grandes salles

Les dispositifs de haut-parleurs recommandés pour la reproduction en format Stéréo 3/2 sont adaptés pour un auditoire de 20 à 30 personnes environ. La reproduction dans une grande salle nécessite la prise en compte des retards de propagation entre chaque haut parleur et les diverses zones de l'audience, suivant le principe développé, notamment dans le système "Delta Stéréophonie" [Steinke 83]. Ce système, éprouvé dans de nombreuses salles depuis la

fin des années 1970, réalise l'amplification d'une source sonore acoustique située sur la scène en évitant que les auditeurs aient conscience d'un message sonore provenant des haut-parleurs. Pour cela, les haut-parleurs d'appoint, couvrant uniformément la salle, émettent des versions retardées du signal capté par les microphones sur la scène afin que leur contribution soit fusionnée parmi les échos précoce pour chaque source et tout auditeur. Bien que le principe soit simple, il nécessite une mise en œuvre complexe (matrice de retards dont les durées doivent être optimisées en fonction de la disposition des haut-parleurs, et automatiquement mises à jour en cas de déplacement d'une source).

### 7.3.4 Les techniques binaurales

Pour l'écoute au casque, la localisation "hors de la tête" ne peut être obtenue sans joindre aux différences temporelles et énergétiques des différences spectrales entre les canaux gauche et droit. Ces différences spectrales sont naturellement fournies par un enregistrement binaural, où les microphones sont placés à l'intérieur ou à l'entrée des deux conduits auditifs d'un individu ou d'une tête artificielle.

L'objet de la synthèse binaurale est de reproduire artificiellement, à partir d'un enregistrement monophonique d'une source sonore, les signaux de pression que capterait les deux oreilles si cette source était située à une position donnée dans l'espace par rapport à l'auditeur. Ces techniques, qui ont vu le jour au début des années 70, développées notamment par Blauert [Blauert 83], font aujourd'hui l'objet d'un effort de recherche important [Griesinger 90].

La synthèse binaurale repose sur la mesure des HRTF (Head-Related Transfer Functions), c'est-à-dire des deux réponses impulsionales du canal acoustique reliant la source aux deux conduits auditifs [Blauert 83]. Le potentiomètre panoramique, appelé ici filtre binaural, peut être directement réalisé par un double filtrage FIR utilisant ces réponses impulsionales. Ceci permet en théorie d'obtenir, lors d'une écoute au casque, une localisation aussi bien en azimut (dans le plan horizontal) qu'en élévation. Cependant, cette technique se heurte à deux inconvénients pratiques et expérimentaux:

- Les HRTF mesurées varient selon les individus. Il semble illusoire d'espérer obtenir un jeu de HRTF procurant une localisation hors de la tête pour n'importe quel auditeur [Griesinger 90, Begault 91].
- le coût de l'implémentation en temps réel: la longueur des réponses impulsionales mesurées peut atteindre 10 ms (de sorte que le filtrage binaural implémenté sous forme RIF consomme la puissance de calcul de deux processeurs Motorola DSP56000 pour une fréquence d'échantillonnage de 32 kHz).

La reproduction d'un enregistrement binaural sur haut-parleurs apporte des difficultés supplémentaires, dues au fait que, contrairement à la stéréophonie conventionnelle, l'enregistrement binaural est naturellement conçu pour une écoute au casque. Lors d'une écoute sur haut-parleurs, il est nécessaire d'effectuer un traitement supplémentaire afin de compenser les trajets "croisés" (contribution du haut-parleur droit au signal reçu par l'oreille gauche, et inversement). Cette technique, initialement proposée par Schroeder et Atal [Schroeder 70], fait elle-même appel à la connaissance des HRTF associées aux positions des deux haut-parleurs (azimut 30° pour la disposition stéréophonique conventionnelle). Dans une seconde approche,

proposée par Damaske [Damaske 71], le filtrage compensateur des trajets croisés est déterminé empiriquement.

Ces méthodes permettent théoriquement d'obtenir une localisation dans n'importe quelle direction par rapport à l'auditeur, bien que les deux haut-parleurs soient en réalité placés en face de lui. En pratique, cela comporte deux difficultés:

- la réalisation du filtrage de conversion du signal pour écoute au casque (binaural) en un signal pour écoute sur haut-parleurs (transaural), suivant la technique proposée par Schroeder et Atal, n'est pas aussi immédiate que celle des filtres binauraux [Schroeder 70, Moller 88, Cooper 89].
- la contrainte sur la position de l'auditeur: la reproduction transaurale suppose que l'auditeur est dans une position donnée par rapport aux haut-parleurs. S'il s'en écarte ou s'il tourne la tête, le filtre de conversion n'est plus effectif et la position subjective de la source tend à se confondre avec l'un des deux haut-parleurs.

## 7.4 Synthèse binaurale et auralisation en temps réel

On s'intéresse ici à la réalisation d'un "potentiomètre panoramique binaural", fournissant un signal stéréo à partir d'un signal mono, et permettant le contrôle en temps réel de la direction de provenance perçue par l'auditeur lors d'une écoute au casque, ou bien sur une paire de haut-parleurs (reproduction transaurale) auquel cas, comme on l'a vu précédemment, il faut réaliser un filtre convertisseur "transaural" dont le rôle est de compenser la perturbation apportée par les "trajets croisés". On cherche généralement à modéliser les fonctions de transfert binaurales, afin d'en extraire une représentation plus simple et plus économique pour le filtrage.

### 7.4.1 Les filtres binauraux et transauraux

La fig. 7.4 montre le principe de synthèse d'un signal binaural à partir d'un signal monophonique. La mesure des fonctions de transfert est répétée pour chaque direction de provenance.

La fig. 7.4 montre le principe du filtrage de conversion binaural → transaural. Ce principe nécessite la mesure des deux fonctions de transfert binaurales correspondant aux positions des haut-parleurs et de l'auditeur dans le lieu d'écoute. Les quatre fonctions de transfert ainsi obtenues forment la matrice de transfert qui caractérise la transformation des signaux  $Z_g$  et  $Z_d$  émis par les haut-parleurs vers les signaux  $Y_g$  et  $Y_d$  reçus par les conduits auditifs. Nous utilisons ici une notation omettant la dépendance fréquentielle des fonctions de transfert:

$$\begin{bmatrix} Y_g \\ Y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{gg} & H_{dg} \\ H_{gd} & H_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_g \\ Z_d \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

Le filtrage de conversion binaural → transaural réalise la matrice de transfert inverse de la matrice précédente, ce qui conduit naturellement à une implémentation sous la "forme treillis" proposée par Cooper et Bauck [Cooper 89] et représentée sur la fig. 7.5:

$$\begin{bmatrix} Z_g \\ Z_d \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} H_{dd} & -H_{dg} \\ -H_{gd} & H_{gg} \end{bmatrix}}{H_{gg}H_{dd} - H_{dg}H_{gd}} \begin{bmatrix} Y_g \\ Y_d \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

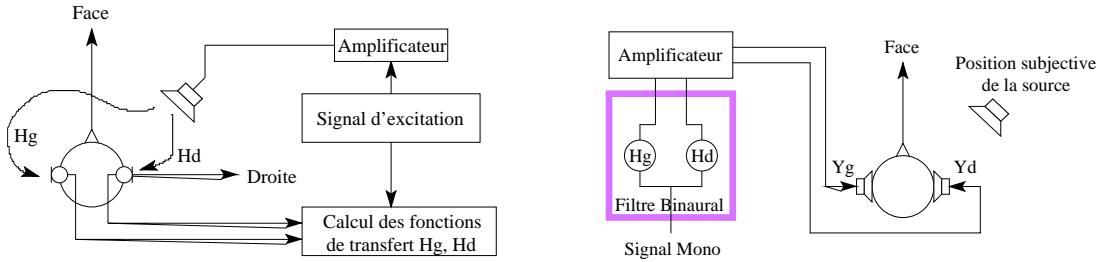


Figure 7.4: Mesure (à gauche) et synthèse (à droite) d'un signal binaural pour une position particulière de la source à partir d'un signal mono.

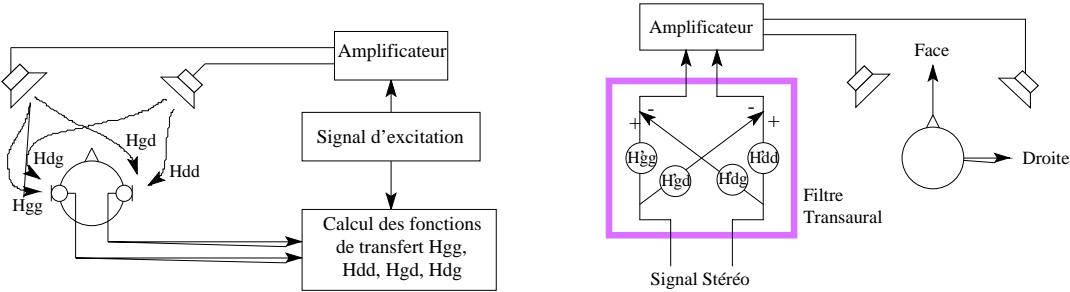


Figure 7.5: Réalisation d'un système transaural adapté aux conditions d'écoute. Le dispositif de reproduction n'est pas forcément symétrique et le filtre transaural compense ("déconvolute") l'effet de l'amplificateur, des enceintes et, au besoin, des échos du lieu d'écoute.

Nous admettons désormais l'hypothèse de symétrie du dispositif de reproduction et des conduits auditifs, et introduisons les notations suivantes, où l'on prend pour canal de référence le canal gauche:

$$H_g = G \quad ; \quad H_d = D \quad ; \quad H_{gg} = H_{dd} = G_0 \quad ; \quad H_{gd} = H_{dg} = D_0$$

$G$  et  $D$  forment la fonction de transfert binaurale pour une position quelconque de la source, tandis que  $G_0$  et  $D_0$  forment la fonction de transfert binaurale pour la position du haut-parleur gauche (le haut-parleur droit étant situé symétriquement par rapport au plan médian de la tête de l'auditeur). Avec ces notations, l'éq. 7.6 s'écrit:

$$\begin{bmatrix} Z_g \\ Z_d \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} G_0 & -D_0 \\ -D_0 & G_0 \end{bmatrix}}{G_0^2 - D_0^2} \begin{bmatrix} Y_g \\ Y_d \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} Y_g \\ Y_d \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

Si l'on ignore le coefficient  $1/2$ , cela conduit à l'implémentation du filtre transaural sous la forme "shuffler" proposée par Cooper et Bauck [Cooper 89] et représentée sur la fig. 7.7 à gauche. Poursuivant cette approche, on constate que tous les traitements de conversion envisageables dans le cadre des techniques binaurales peuvent être réalisés sous une forme nécessitant seulement l'implémentation de deux filtres élémentaires (voir figs. 7.6 et 7.7). Le filtre mono  $\rightarrow$  transaural (fig. 7.6 à droite) est équivalent à un filtre mono  $\rightarrow$  binaural associé

en série avec un filtre binaural → transaural, et constitue effectivement un "potentiomètre panoramique" au sens classique (pour reproduction sur haut-parleurs). Le filtre transaural → binaural (fig. 7.7 à droite), inverse du filtre de conversion transaural précédent, permet l'écoute au casque d'un signal destiné à une reproduction sur haut-parleurs, c'est-à-dire rétablit artificiellement le trajet de chaque haut-parleur vers l'oreille opposée. Idéalement, l'écoute au casque d'un enregistrement stéréophonique conventionnel devrait toujours s'effectuer au travers d'un tel filtre.

La reproduction transaurale sur une paire de haut-parleurs en disposition stéréophonique conventionnelle fournit une illusion auditive très convaincante mais nécessite, pour la simulation de sources localisées latéralement ou à l'arrière, que l'auditeur soit placé précisément à la position idéale par rapport aux enceintes. Au contraire, la reproduction sur écouteurs d'un signal binaural est très convaincante pour des positions arrières ou latérales de la source, mais plus incertaine pour les positions frontales (souvent perçues à l'intérieur de la tête, à l'arrière ou en élévation). La disparité interindividuelle des HRTF et la réponse en fréquence des écouteurs sont ici des facteurs importants. Pour lever l'incertitude entre les directions correspondant à une valeur donnée du retard interaural ("cône de confusion"), le système auditif ne dispose que d'indices spectraux ou bien cognitifs (informations visuelles, mouvements de la tête).

Dans les systèmes de réalité virtuelle, de développement très récent, le spectateur porte un viseur reproduisant une image de synthèse mise à jour en temps réel en fonction des données fournies par un capteur de position et d'orientation solidaire de la tête ("headtracker"). Ces données de position peuvent être exploitées par un synthétiseur binaural afin que la localisation des événements sonores virtuels soit définie en référence à l'environnement extérieur simulé, indépendamment des mouvements de la tête du spectateur. Cette compensation des mouvements de la tête de l'auditeur, dont on peut attendre qu'elle améliore sensiblement le réalisme de la reproduction auditive, suppose que la synthèse binaurale s'effectue en temps réel et sans retard de traitement trop important.

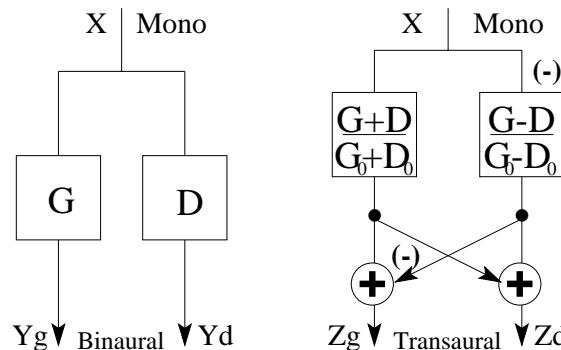


Figure 7.6: Réalisation des divers filtres de conversion utiles dans le cadre des techniques binaurales, à l'aide de la structure "shuffler" proposée par Cooper et Bauck [Cooper 89].

#### 7.4.2 Modélisation des fonctions de transfert

Pour diminuer encore le coût de l'implémentation des filtres binauraux ou transauraux, il est nécessaire de faire appel à des techniques de modélisation paramétrique. Ces techniques

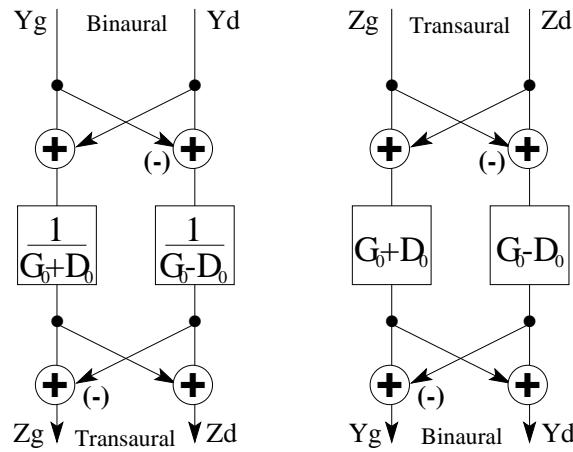


Figure 7.7: Réalisation des divers filtres de conversion utiles dans le cadre des techniques binaurales, à l'aide de la structure "shuffler" proposée par Cooper et Bauck [Cooper 89].

introduisent nécessairement une approximation de la réponse en fréquence (en phase et en amplitude), et reposent sur la minimisation d'un critère d'erreur dont la pertinence du point de vue perceptif est délicate à vérifier. Il s'agit de trouver les coefficients de deux polynômes en  $z^{-1}$  d'ordres donnés, notés  $A(z)$  et  $B(z)$ , minimisant la norme de l'erreur en sortie du filtre de fonction de transfert  $B(z)/A(z)$ :

$$\epsilon(\omega) = G(e^{j\omega}) - \frac{B(e^{j\omega})}{A(e^{j\omega})}$$

où  $G(e^{j\omega})$  représente la réponse en fréquence complexe à approximer. On utilise le plus souvent la norme quadratique, et il s'avère alors plus commode de reformuler le problème sous la forme d'une minimisation de l'erreur d'équation:

$$J = \|G(e^{j\omega})A(e^{j\omega}) - B(e^{j\omega})\|$$

On trouvera dans [Smith 83] un inventaire très complet des méthodes de modélisation paramétrique.

## 7.5 Algorithmes de réverbération artificielle

Les réverbérateurs artificiels sont utilisés dans l'industrie musicale ou cinématographique pour ajouter un "effet de salle" aux enregistrements effectués en studio, ou encore pour modifier les propriétés acoustiques d'une salle d'écoute. Les premiers appareils de ce type, apparus dans les années 50, fabriquaient des échos artificiels par des procédés analogiques: réseaux de ressorts, puis plaques métalliques, munis de transducteurs électromagnétiques. Avec les magnétophones apparurent les effets utilisant des bandes magnétiques en boucle, où un retard était naturellement introduit par la distance entre la tête d'enregistrement et la tête de lecture, et sa durée réglable par la vitesse de défilement [Griesinger 89].

Vers la fin des années 70, les convertisseurs analogique-numérique offrirent la possibilité de réaliser des unités de retard peu coûteuses, ayant une faible distorsion et un excellent rapport

signal/bruit. La réverbération artificielle numérique fut alors une des premières applications en temps réel des technologies audio-numériques naissantes. Sa faisabilité avait été démontrée dès le début des années 60 par Schroeder [Schroeder 62b], dont les travaux ont inspiré, dans la dernière décennie, un grand nombre de réalisations commerciales [Griesinger 89].

Pour reproduire en temps réel un effet de salle tardif sans recourir à la convolution du signal traité par une réponse impulsionnelle mesurée ou modélisée, il est nécessaire de concevoir un filtre numérique récursif ("filtre réverbérant") dont la réponse impulsionnelle satisfasse les contraintes du modèle statistique de la réverbération tardive décrit au paragraphe 7.1.3. Les difficultés rencontrées dans la réalisation de filtres réverbérants sont de trois natures (voir par exemple [Moorer 79] ou [Griesinger 89]):

1. Obtenir simultanément une densité modale et une densité d'échos suffisantes,
2. éviter l'apparition, dans le signal de sortie, d'une sonorité peu naturelle, souvent qualifiée de "métallique", notamment lorsque le signal d'entrée est de type percussif,
3. contrôler indépendamment le temps de réverbération et l'énergie réverbérée en fonction de la fréquence.

### 7.5.1 Filtres en peigne et filtres passe-tout

Pour réaliser des réverbérateurs artificiels, Schroeder [Schroeder 62a] proposa au début des années 60 une approche, approfondie plus tard par Moorer [Moorer 79], fondée sur l'association de filtres en peignes et de filtres passe-tout. On peut penser que ces filtres sont les constituants de base de la plupart des réverbérateurs du commerce actuels [Sakamoto 81, Sikorav 86, Griesinger 89].

Les fonctions de transfert du filtre en peigne et du filtre passe-tout représentés sur la figure 7.8 sont respectivement:

$$C(z) = \frac{z^{-m}}{1 - gz^{-m}} \quad \text{et} \quad A(z) = \frac{-g + z^{-m}}{1 - gz^{-m}}$$

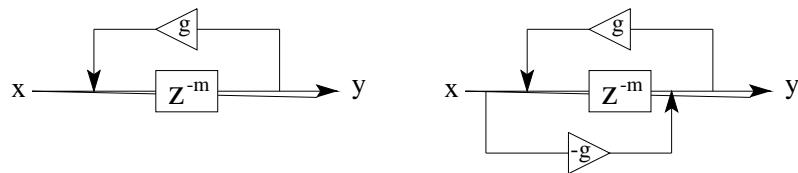


Figure 7.8: Filtre en peigne récursif (à gauche) et filtre passe-tout (à droite)

Le filtre en peigne imprime au signal traité une coloration harmonique très caractéristique car ses résonances sont situées à des fréquences harmoniques. Sa réponse en fréquence est maximale pour la série de fréquences  $\omega_k = \frac{2\pi k}{m}$  si  $g > 0$  ou  $\omega_k = \frac{(1+2k)\pi}{m}$  si  $g < 0$ . Les résonances correspondantes ont toutes le même taux d'amortissement.

Schroeder a montré que la simple addition d'un trajet direct, d'amplitude bien choisie, suffit à transformer le filtre en peigne en un filtre passe-tout (fig. 7.8), donc à supprimer la

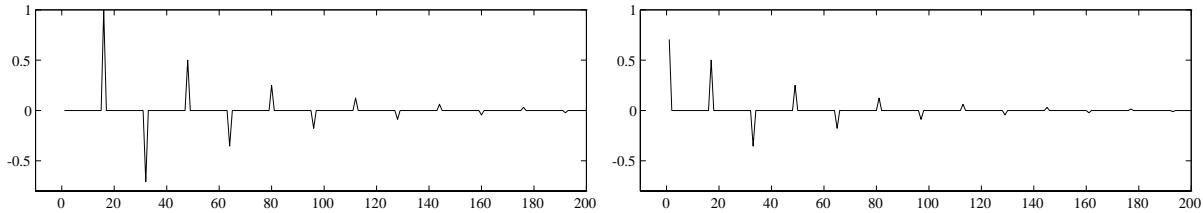


Figure 7.9: Réponses impulsionales du filtre en peigne et du filtre passe-tout ( $m = 16, g = -0.707$ ).

coloration harmonique. Néanmoins, le filtre passe-tout engendre le même défaut de timbre que le filtre en peigne lorsque le signal d'entrée n'est pas stationnaire, ce qui est le cas des signaux audio de parole et de musique. Dans le domaine temporel, les inconvénients majeurs de ces deux filtres résultent de la faible densité d'échos de leurs réponses impulsionales (fig. 7.9), qui se traduit par des "roulements" (traduction du terme anglais flutter) dans la réponse à des signaux transitoires.

L'association en série de filtres passe-tout (fig. 7.10) permet d'augmenter la densité d'échos tout en conservant le caractère passe-tout du réverbérateur. Cependant, le filtre "passe-tout série" possède, en présence de signaux transitoires, une sonorité métallique peu naturelle [Moorer 79, Schroeder 84]. Le chapitre 2 présente d'autres façons de réaliser des filtres passe-tout, en particulier à l'aide de la structure treillis.

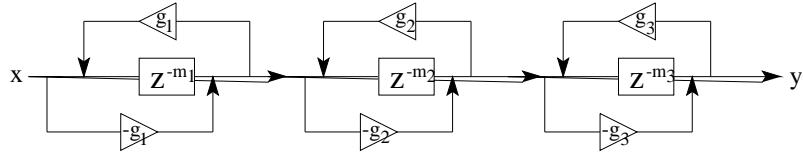


Figure 7.10: Structure passe-tout série proposée par Schroeder.

### 7.5.2 Le réverbérateur de Schroeder

Afin d'éliminer toute coloration, tout en améliorant la densité d'échos, Schroeder [Schroeder 62a] a proposé d'utiliser en cascade deux combinaisons de base à partir des filtres précédents: une association série de filtres passe-tout et une association parallèle de filtres en peigne (fig. 7.11). L'association en parallèle de filtres en peigne ne permet pas d'obtenir une réponse en fréquence plate. Néanmoins, cette réponse devient comparable à celle d'une salle réelle à condition de présenter une densité modale (nombre de modes propres par Hz) suffisamment élevée.

Pour un filtre en peigne, le temps de réverbération  $Tr$  est donné par:

$$\frac{20 \log_{10}(g_i)}{m_i T} = \frac{-60}{Tr} \quad (7.8)$$

où  $g_i$  est le coefficient (ou gain) de bouclage,  $m_i$  la durée du retard (en nombre de périodes d'échantillonnage) de la cellule  $i$ , et  $T$  est la période d'échantillonnage. Pour la somme de peignes de la fig. 7.11, Schroeder propose d'affecter à chaque filtre en peigne la même valeur de  $Tr$ , de sorte que le choix du gain de boucle  $g_i$  dépend de la durée du retard  $m_i$ . Le respect

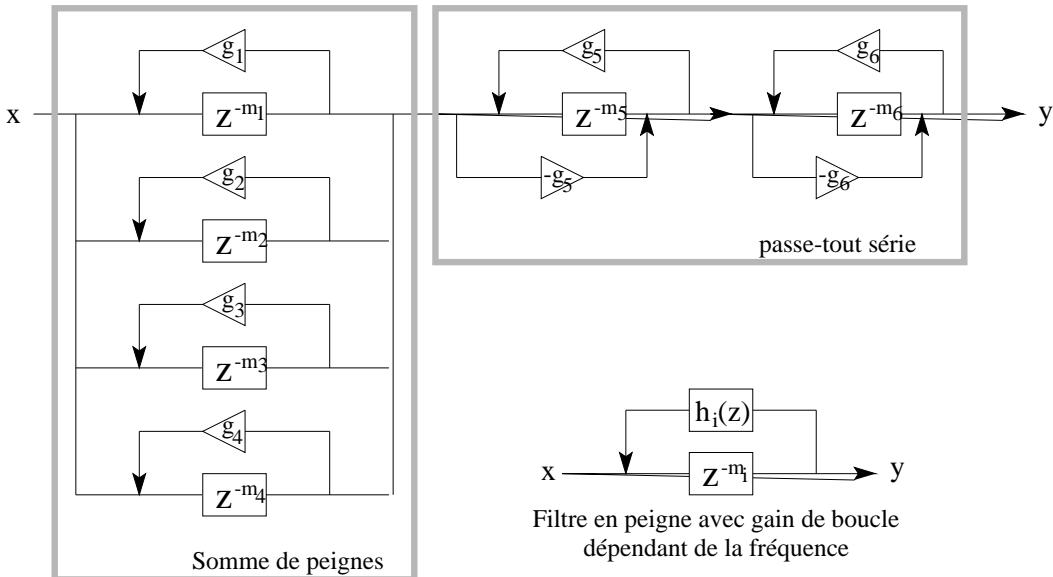


Figure 7.11: Filtre réverbérant à base de filtres en peigne et de filtres passe-tout proposé par Schroeder. En bas à droite, remplacer le gain  $g_i$  par un filtre permet de simuler une absorption dépendant de la fréquence (chap. 7.5.3)

de cette condition est indispensable pour éviter que la sonorité caractéristique de l'un des filtres en peignes ne soit audible dans la fin de la réponse à des sons transitoires. Schroeder conseille de choisir les durées  $m_i$  des retards premières entre elles pour éviter les superpositions et annulations d'échos, ce qui a aussi pour effet de rendre les fréquences de résonance distinctes deux à deux, et de rompre toute périodicité dans la réponse fréquentielle.

Dans le cas de  $N$  filtres en peigne en parallèle, la densité modale et la densité d'échos s'obtiennent en sommant celles des filtres élémentaires, sachant que, pour chaque filtre en peigne, les échos successifs sont séparés d'un intervalle de temps égal à la durée du retard  $\tau_i = m_i T$  et les fréquences propres voisines sont distantes d'un intervalle de fréquence égal à  $1/\tau_i$ :

$$\text{densité modale: } D_m = \sum_{i=0}^{N-1} \tau_i = N\tau \quad \text{densité d'échos: } D_e = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{\tau_i} \approx \frac{N}{\tau}$$

où  $\tau$  est la durée moyenne des retards  $\tau_i$ . Ces expressions appellent deux remarques: la première est que ces densités sont indépendantes du temps ou de la fréquence, alors que la théorie modale et la théorie géométrique de la propagation du son dans une salle indiquent que  $D_m$  est proportionnelle au carré de la fréquence et  $D_e$  proportionnelle au carré du temps écouté dans la réponse impulsionnelle. Cela ne pose pas de problème, dans le cadre du modèle statistique de la réverbération tardive, à condition que ces deux densités soient suffisamment élevées dans le filtre réverbérant. La seconde remarque est que, pour un nombre  $N$  donné, le choix des durées  $\tau_i$  procède d'un compromis entre densité modale et densité d'échos. A condition que ces durées restent suffisamment voisines pour que l'expression de  $D_e$  ci-dessus soit valable, on peut prédire le nombre  $N$  de filtres en peigne nécessaires en fonction des critères

$D_m$  et  $D_e$ :

$$N \approx \sqrt{D_m D_e}$$

Il reste alors à déterminer pour les densités  $D_m$  et  $D_e$  des valeurs qui soient perceptivement suffisantes. Pour juger de la densité d'échos, il est naturel de choisir l'impulsion élémentaire comme signal de test, révélateur du comportement du filtre réverbérant en présence de signaux percussifs. Selon Griesinger [Griesinger 89], la densité d'échos nécessaire pour un réverbérateur artificiel est de l'ordre de 10000 échos/s, et croît en fonction de la fréquence d'échantillonnage. Pour fixer la densité modale minimale nécessaire, Schroeder [Schroeder 62a] se base sur le nombre de maxima par Hertz dans le modèle statistique de la réponse fréquentielle d'une salle, ce qui conduit à une densité modale approximativement égale au quart du temps de réverbération [Schroeder 62b]. Pour un temps de réverbération de l'ordre de la seconde, on constate donc qu'il faudrait associer environ 50 filtres en peigne en parallèle! La solution proposée par Schroeder pour conserver un nombre raisonnable de cellules élémentaires est une structure mixte associant en cascade la somme de peignes avec un filtre passe-tout série (fig. 7.11), dont le rôle est d'augmenter la densité d'échos sans modifier le timbre de la réverbération tandis que les filtres en peigne, dont le nombre peut ainsi être réduit à 4 ou 6 [Schroeder 62b, Moorer 79], déterminent le temps de réverbération et la densité modale. Néanmoins, le choix du nombre de filtres passe-tout et de leurs paramètres (gains et retards) est très délicat et reste essentiellement empirique [Schroeder 62a, Moorer 79].

### 7.5.3 Simulation d'un temps de réverbération dépendant de la fréquence

Pour réaliser un dispositif capable de fournir un temps de réverbération fonction de la fréquence, Schroeder a proposé de rendre les gains de boucle des filtres en peigne dépendants de la fréquence [Schroeder 62a]. Cette idée a été mise en pratique par Moorer [Moorer 79] dans le cadre du réverbérateur de la fig. 7.11. Ce dernier propose de remplacer chaque atténuation  $g_i$  par un filtre passe-bas purement récursif du premier ordre, noté  $h_i(z)$  (fig. 7.11), en tentant de simuler aussi fidèlement que possible l'absorption dans l'air (l'absorption du son par les parois de la salle peut être négligée dans des salles de grandes dimensions). Cette méthode ne permet pas de prévoir ni de contrôler explicitement la variation résultante du temps de réverbération en fonction de la fréquence.

Le fait de remplacer les gains de boucle par des filtres passe-bas implique que l'énergie du signal réverbéré est diminuée dans les hautes fréquences. Si l'on souhaite assurer l'indépendance des réglages du temps de réverbération et de l'énergie du signal réverbéré en fonction de la fréquence, on peut associer en série avec le réverbérateur un filtre correcteur dont la réponse en fréquence énergétique doit être inversement proportionnelle au temps de réverbération [Jot 92b, Jot 92a].

### 7.5.4 Systèmes unitaires

Gerzon [Gerzon 76] s'est intéressé à la réalisation d'un réverbérateur artificiel à plusieurs canaux d'entrée et de sortie (système caractérisé par sa réponse en fréquence matricielle  $A(f)$  sur la fig. 7.12. Il montre qu'un tel système préserve l'énergie de tout signal d'entrée si et

seulement si, quelle que soit la fréquence  $f$ , la matrice  $A(f)$  est unitaire (c'est-à-dire que son inverse est égale à sa transposée). Il appelle système unitaire tout système vérifiant cette propriété. Cette définition se transpose sans difficulté au cas des signaux discrets: un système de matrice de transfert  $A(z)$  sera dit unitaire si et seulement si la matrice  $A(z)$  est unitaire pour tout nombre complexe  $z$  de module 1.

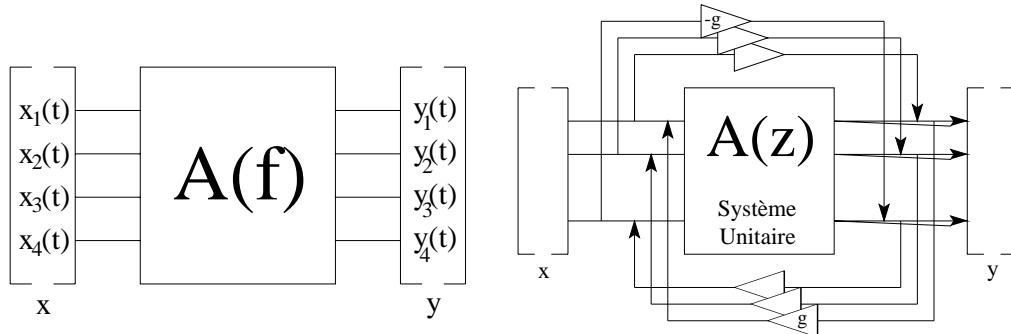


Figure 7.12: A gauche, système linéaire aux signaux d'entrée et de sortie vectoriels. A droite, structure proposée par Gerzon formant un système unitaire si le système de matrice de transfert  $A(z)$  est lui-même unitaire

La solution triviale pour réaliser des systèmes unitaires complexes à partir de systèmes unitaires simples consiste à associer des systèmes unitaires en cascade. Gerzon propose une seconde structure, représentée sur la fig. 7.12, qui n'est autre qu'une généralisation du filtre passe-tout proposé par Schroeder. Pour montrer que cette structure forme un système unitaire, Gerzon fait appel à l'algèbre des matrices normales [Gerzon 76]. Afin d'obtenir un temps de réverbération dépendant de la fréquence, Gerzon montre que le gain  $g$  peut être remplacé par un filtre de fonction de transfert  $g(z)$ , sans perte du caractère unitaire du système à condition que  $g(z)$  soit à phase minimale.

### 7.5.5 Filtres réverbérants à bouclage unitaire

En imposant qu'un filtre réverbérant soit passe-tout (ou unitaire), on ne garantit pas l'absence de colorations métalliques en présence de signaux transitoires. Pour obtenir un effet de réverbération naturel, il est plus important d'assurer une densité modale suffisamment élevée que de préserver le spectre du signal d'entrée. Nous avons vu pour le filtre "somme de peignes" que la densité modale (en nombre de modes par Hz) est égale à la durée totale des retards exprimée en secondes et que la principale limitation réside dans la difficulté d'obtenir une densité d'échos suffisante avec un nombre  $N$  réduit de filtres élémentaires.

Une approche permettant d'augmenter le nombre d'échos dans la réponse du filtre réverbérant sans augmenter le nombre de retards consiste à associer des filtres élémentaires en série, ou bien, plus généralement, à ajouter des canaux de bouclage reliant les différents retards. L'effet de ce bouclage multiple est que la densité d'échos croît progressivement dans la réponse impulsionnelle, comme c'est le cas dans les salles réelles. Ce type de bouclage pose cependant un nouveau problème: celui de la stabilité du système résultant.

Stautner et Puckette [Stautner 82] ont adopté une approche générale des réverbérateurs multi-canaux en proposant la structure représentée sur la fig. 7.13, qui fait apparaître une matrice carrée  $A$  regroupant les coefficients de bouclage  $a_{ij}$ . Une approche équivalente, quoique utilisant un formalisme différent (celui des guides d'ondes), a été proposée par Smith [Smith 85]. On peut remarquer que la structure de la fig. 7.13 est au filtre en peigne ce que les systèmes unitaires multi-canaux de Gerzon sont au filtre passe-tout. Stautner et Puckette montrent que la stabilité du système est garantie si la matrice de bouclage  $A$  est le produit d'une matrice unitaire et d'une matrice diagonale dont tous les coefficients diagonaux sont de module inférieur à 1. Ils proposent une application particulière à quatre canaux utilisant la matrice  $A$  suivante, unitaire au coefficient  $g$  près, qui sert à faire varier le temps de réverbération:

$$A = \frac{g}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec } g < 1 \quad (7.9)$$

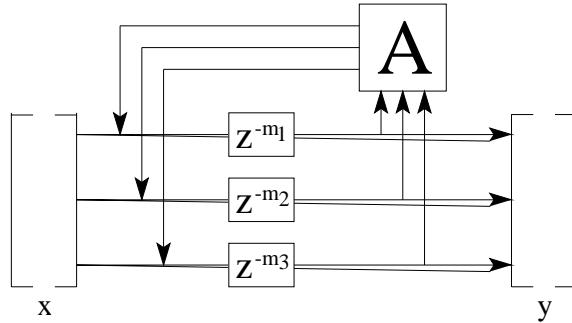


Figure 7.13: Modèle général de bouclage proposé par Stautner et Puckette.

Dans cette application, la densité d'échos résultante n'est pas maximale car un coefficient de bouclage sur deux est nul. Le contrôle du temps de réverbération reste heuristique et inspiré des travaux de Moorer. Afin de réduire le temps de réverbération en hautes fréquences, un filtre passe-bas est associé à chaque retard. Pour remédier aux résonances métalliques qu'ils constatent, Stautner et Puckette proposent d'introduire une variation aléatoire des durées des retards au cours du temps. Cette technique est aussi utilisée par Smith [Smith 85] et dans les réverbérateurs de marque Lexicon [Griesinger 89], mais complique la réalisation pratique du réverbérateur.

On peut remarquer que le fait d'utiliser l'unique paramètre  $g$  pour contrôler le temps de réverbération revient à affecter une atténuation commune à tous les retards sans tenir compte de leurs durées. Dans le cas où la matrice  $A$  est diagonale, qui correspond au filtre somme de peignes étudié au paragraphe 7.5.2, cela confère à la réverbération artificielle une sonorité métallique car les résonances n'ont pas toutes le même taux d'amortissement. Pour éviter ce phénomène, il faut faire en sorte que tous les pôles du filtre réverbérant aient le même module, ce qui peut être réalisé quelle que soit la matrice de bouclage  $A$  grâce aux propriétés ci-dessous [Jot 92b].

On peut montrer que les pôles d'un système unitaire bouclé sur lui-même sont tous situés sur le cercle unité. Cela signifie que la réponse impulsionnelle est une somme de sinusoïdes non amorties, c'est à dire que le réverbérateur possède un temps de réverbération infini. C'est le cas pour le système de la fig. 7.13 si la matrice de bouclage est unitaire.

On montre que le fait d'affecter à chaque retard  $m_i$  une absorption  $g_i$  qui, exprimée en décibels, est proportionnelle à la durée  $m_i$ , suivant la relation 7.8, a pour effet de multiplier la réponse impulsionnelle par une enveloppe temporelle exponentiellement décroissante réalisant le temps de réverbération désiré. Pour réaliser un contrôle explicite du temps de réverbération en fonction de la fréquence, il suffit de généraliser la méthode précédente en affectant à chaque retard un filtre absorbant dont la fonction de transfert  $h_i(z)$  vérifie:

$$20 \log_{10} |h_i(e^{j\omega})| = \frac{-60T}{Tr(\omega)} m_i$$

Cette relation peut être satisfaite approximativement pour des filtres absorbants récursifs du premier ordre [Jot 92b], ce qui offre deux paramètres de contrôle permettant de régler le temps de réverbération en basses fréquences et en hautes fréquences séparément. Un contrôle plus fin du temps de réverbération peut être réalisé à l'aide de filtres absorbants plus complexes, afin par exemple de reproduire la réverbération tardive d'une salle existante [Jot 92a].

Cette méthode de contrôle de la décroissance de la réverbération est applicable quelle que soit la structure du bouclage du filtre réverbérant. Dans le cas le plus général, cette structure est un réseau de retard récursif qui doit être choisi, en fonction du nombre de canaux désiré en entrée et en sortie du système de façon à maximiser le nombre de trajets de bouclage entre les retards. La durée totale des retards doit être suffisamment élevée pour assurer une densité modale suffisante, et leur nombre suffisamment grand pour assurer une densité d'échos suffisante. En pratique, 12 retards d'une durée totale de 1 seconde suffisent pour reproduire une réverbération tardive naturelle. Lorsque les contraintes sur la densité modale et la densité d'échos sont satisfaites, le filtre réverbérant peut être comparé à un générateur de bruit blanc fournissant sur ses divers canaux de sortie des réalisations décorrélées d'un même processus aléatoire. Cependant, pour simuler de manière convaincante la réverbération d'une salle réelle, il convient d'apporter un soin particulier à la reproduction des réflexions précoces.

### 7.5.6 Contrôle des réflexions précoces

La plupart des réverbérateurs de haut de gamme permettent d'ajouter à la réverbération artificielle un groupe d'échos précoces. Ces échos jouent un rôle important dans le réalisme de la réverbération et influent en particulier sur les aspects perceptifs de clarté du message sonore (liée au rapport entre l'énergie précoce et l'énergie tardive de l'effet de salle) et d'impression d'espace [Kuttruff 91]. Dans les approches proposées à ce jour pour contrôler les premiers échos produits par un réverbérateur artificiel, la distribution des dates d'arrivées et des amplitudes des premières réflexions est spécifiée à partir d'une modélisation géométrique de la propagation acoustique dans la salle, pour une disposition donnée de la source et du récepteur au sein de celle-ci. Cela suppose que l'on néglige les phénomènes physiques de diffraction et de diffusion, ce qui reste à justifier par des expériences psychoacoustiques.

Schroeder [Schroeder 70] propose d'ajouter les échos précoces au signal de sortie du filtre réverbérant, au moyen d'un filtre FIR permettant le contrôle de leurs amplitudes  $b_i$  et de leurs

instants d'arrivée  $t_i$  par rapport au son direct (fig. 7.14). Dans le réverbérateur de Moorer [Moorer 79], les échos précoces contribuent aussi au signal d'entrée du réverbérateur, le gain  $r$  permettant le contrôle de la clarté (fig. 7.15). Cette modification permet d'accroître la densité d'échos produite par le filtre réverbérant, mais l'insertion du filtrage FIR rend le timbre de la réverbération tardive extrêmement tributaire de la distribution des premières réflexions. Ce principe peut provoquer une coloration non désirée de la réverbération et nécessite un soin particulier dans le choix de la distribution des premiers échos, comme le remarque Moorer [Moorer 79]. Cette précaution est incompatible avec un calcul automatique des réflexions par simulation géométrique. Stautner et Puckette proposent un réverbérateur pouvant recevoir un nombre quelconque de signaux sources en entrée, et possédant une réponse distincte pour chacune en fonction de sa position dans la salle (fig. 7.14). Le signal provenant de chaque source vient s'ajouter en plusieurs points de chaque ligne à retard du filtre réverbérant afin de créer autant d'échos précoces. Les quatre signaux de sortie sont dirigés vers des haut-parleurs disposés autour de l'auditeur, ce qui permet un contrôle approximatif des directions de provenance des échos précoces. Cependant, le problème de coloration rencontré dans le système de Moorer se retrouve, dans une moindre mesure, dans celui de Stautner et Puckette. D'autre part, contrairement aux deux précédents, ce système ne permet pas de contrôler la clarté: l'énergie de la réverbération tardive est déterminée par celle des premiers échos.

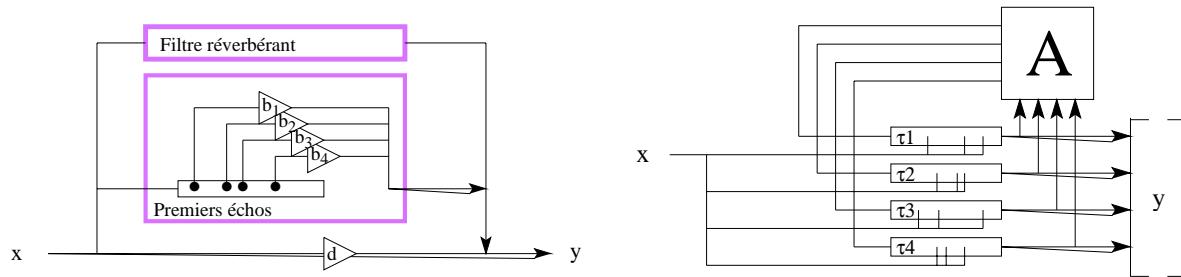


Figure 7.14: A gauche, approche proposée par Schroeder pour le contrôle des premiers échos, à droite approche proposée par Stautner et Puckette

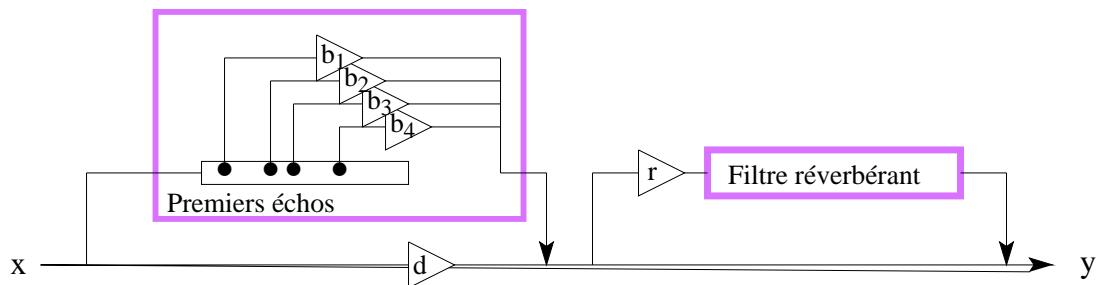


Figure 7.15: Approche proposée par Moorer pour le contrôle des premiers échos

La fig. 7.16 décrit une variante du principe proposé par Stautner et Puckette, permettant de contrôler le niveau des premiers échos indépendamment de celui de la réverbération tardive. La ligne à retard qui permet le contrôle des dates  $t_i$  des échos précoces fournit une seule réplique du signal source sur chaque canal d'entrée du filtre réverbérant. Ce processus étant

unitaire, le spectre de la réverbération tardive n'est pas affecté par le choix de la distribution temporelle des échos précoces. Ce principe de reproduction des aspects temporels peut être généralisé pour la spatialisation simultanée (mixage) de plusieurs sources [Jot 92b] et appliqué indépendamment du choix du dispositif d'écoute (écouteurs ou haut-parleurs), qui détermine essentiellement la restitution des informations directionnelles du son direct et de l'effet de salle.

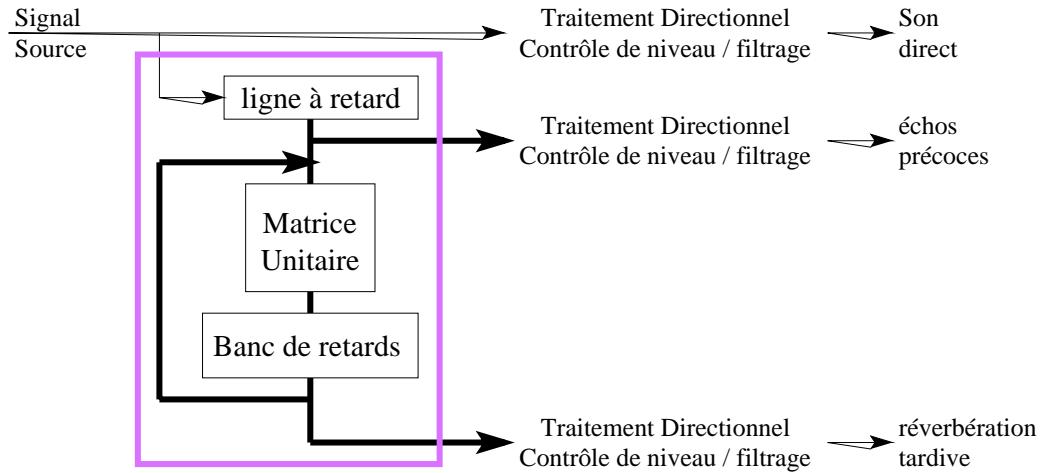


Figure 7.16: Extension du filtre réverbérant de Stautner et Puckette (fig. 7.13) pour un contrôle des premiers échos préservant le timbre de la réverbération tardive.

## 7.6 Bibliographie du chapitre 7

[Ando 85] Y. Ando. *Concert Hall Acoustics*. Springer-Verlag, Berlin, 1985.

[Begault 91] D.R. Begault. Challenges to the successful implementation of 3-d sound. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 39 (11), pp. 864–870, 1991.

[Blauert 83] J. Blauert. *Spatial Hearing*. M.I.T Press, Cambridge, 1983.

[Borish 83] J. Borish and J.B. Angel. An efficient algorithm for measuring the impulse response using pseudo-random noise. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 31, pp. 478–488, 1983.

[Cooper 89] D.H. Cooper and J.L. Bauck. Prospects for transaural recording. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 37 (1/2), pp. 3–19, 1989.

[Crochiere 83] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner. *Multirate digital signal processing*. Prentice-Hall, 1983.

[Damaske 71] P. Damaske. Head-related two-channel stereophony with loudspeaker reproduction. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 50 (4), pp. 1109–1115, 1971.

[Damaske 72] P. Damaske and Y. Ando. Interaural cross-correlation for multichannel loudspeaker reproduction. *Acustica*, vol. 27, pp. 232–238, 1972.

[D'Antonio 89] P. D'Antonio and J.H. Konnert. Complex time-response measurements using time-delay spectrometry. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 37 (9), pp. 674–690, 1989.

[Foster 86] S. Foster. Impulse response measurements using golay codes. *Proc. IEEE ICASSP-86*, pp. 929–932, 1986.

[Furness 90] R.K. Furness. Ambisonics - an overview. *Proc. 8th A.E.S Int. Conf.*, pp. 181–190, 1990.

[Gerzon 76] M. A. Gerzon. Unitary (energy preserving) multichannel networks with feedbacks. *Elec. Letters*, vol. 12 (11), 1976.

[Gerzon 85] M. A. Gerzon. Ambisonics in multichannel broadcasting and video. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 33 (11), Nov 1985.

[Gilloire 87] A. Gilloire and J.P. Jullien. L'acoustique des salles dans les télécommunications. *L'écho des recherches*, no127, pp. 43–54, 1987.

[Griesinger 89] D. Griesinger. Practical processors and programs for digital reverberation. *Proc. 7th A.E.S Int. Conf.*, pp. 187–195, 1989.

[Griesinger 90] D. Griesinger. Binaural techniques for music reproduction. *Proc. 8th A.E.S Int. Conf.*, pp. 197–207, 1990.

[Jot 92a] J. M. Jot. An analysis/synthesis approach to real-time artificial reverberation. *Proc. IEEE ICASSP-92, San Francisco*, Mar 1992.

[Jot 92b] J.M. Jot. *Etude et réalisation d'un spatialisateur de sons par modèles physiques et perceptifs*. PhD thesis, ENST, Sep 1992.

[Jullien 83] J.P. Jullien, A. Gilloire, and A. Saliou. Caractérisation d'une méthode de mesure de réponse impulsionnelle en acoustique des salles. *11th Int. Conf. Acoust. Paris*, vol. 6, pp. 217–220, 1983.

[Julstrom 87] S. Julstrom. A high-performance surround sound process for home video. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 35 (7/8), July/August 1987.

[Kuttruff 91] H. Kuttruff. *Room acoustics*. Applied Science, London, 1991.

[McWilliams 76] F.J. McWilliams and N.J.A. Sloane. Pseudo-random sequences and arrays. *Proc. IEEE*, vol. 64 (12), pp. 1715–1729, Dec 1976.

[Moller 88] H. Moller. Cancellation of crosstalk in artificial head recordings reproduced through loudspeakers. *Proc. 84th AES Conv, Paris*, 1988. preprint 2610 (G-7).

[Moorer 79] J.A. Moorer. About this reverberation business. *Computer Music J.*, vol. 3 (2), pp. 13–18, 1979.

[Poletti 88] M.A. Poletti. Linearly swept frequency measurements, time-delay spectrometry, and the wigner distribution. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 36 (6), pp. 457–468, 1988.

[Sakamoto 81] N. Sakamoto, A. Kurashashi, and Y. Edahiro. A digital audio reverberator. *Proc. 70th A.E.S Conv., N.Y.* 1981. preprint 1810 (I-7).

[Schroeder 62a] M.R. Schroeder. Natural sounding artificial reverberation. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 10 (3), pp. 219–223, 1962.

[Schroeder 62b] M.R. Schroeder and H. Kuttruff. On frequency response curves in rooms. comparison of experimental, theoretical and monte carlo results for the average frequency spacing between maxima. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 34 (76), 1962.

[Schroeder 65] M.R. Schroeder. New method for measuring reverberation time. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 37, pp. 409–412, 1965.

[Schroeder 70] M.R. Schroeder. Digital simulation of sound transmission in reverberant spaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 47 (2), pp. 424–431, 1970.

[Schroeder 79] M.R. Schroeder. Integrated impulse method for measuring sound decay without using impulses. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 66 (2), pp. 497–500, 1979.

[Schroeder 84] M.R. Schroeder. Progress in architectural acoustics and artificial reverberation: concert hall acoustics and number theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 32, pp. 194–203, 1984.

[Sikorav 86] J. Sikorav. Implementation of reverberators on digital signal processors. *Proc. 80th A.E.S. Conv., Montreux*, 1986. preprint 2326 (C-4).

[Simon 88] P. Simon. *Le Livre Des Techniques Du Son*. Fréquences, Paris, 1988.

[Smith 83] J. O. Smith. *Techniques for Digital Filter Design and System Identification with Application to the Violin*. PhD thesis, Stanford University, Stanford, CA, Jun 1983.

[Smith 85] J.O. Smith. A new approach to digital reverberation using closed waveguide networks. *Proc. of International Computer Music Conference*, pp. 47–63, 1985.

[Stautner 82] J. Stautner and M. Puckette. Designing multi-channel reverberators. *Computer Music J.*, vol. 6 (3), pp. 52–65, 1982.

[Steinke 83] G. Steinke. Delta stereophony - a sound system with true direction and distance perception for large multipurpose halls. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 31 (7), pp. 500–511, 1983.

[Vanderkooy 86] J. Vanderkooy. Another approach to time-delay spectrometry. *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 34, pp. 523–538, 1986.

# Chapitre 8

## <sup>1</sup>Antennes acoustiques

### 8.1 Introduction

Une antenne acoustique est constituée d'un ensemble de microphones et d'un dispositif permettant de traiter (en général numériquement) les signaux captés par ces microphones afin de reconstituer un signal unique. L'antenne acoustique apparaît donc comme un capteur unique. Les avantages qu'une antenne acoustique ou un réseau de microphones apportent par rapport à un microphone unique sont les suivants:

- Possibilité d'élaborer des diagrammes de directivité plus complexes que ceux obtenus par des moyens physiques avec les microphones usuels.
- Simplicité de conception en exploitant les richesses et la souplesse du traitement du signal.
- Possibilité de rejeter des signaux parasites ou brouilleurs en introduisant des zéros, en direction des sources indésirables, dans le diagramme de directivité.
- Adaptation du diagramme de directivité en fonction des signaux incidents, et ceci même en cours de fonctionnement.
- Ajustement de la réponse en fréquence pour les sources utiles.
- Réduction du bruit ambiant non localisé (débruitage)
- Séparation éventuelle des trajets directs et des trajets réverbérés en tenant compte des caractéristiques géométriques différentes de ces trajets, et rejet partiel ou total des trajets réverbérés (effet de présence, déréverbération).

Les inconvénients associés à une antenne acoustique sont:

- Une taille assez grande, de l'ordre du mètre, ce qui peut poser des problèmes dans certaines applications.
- Un coût assez élevé compte tenu de la puissance de calcul nécessaire pour le traitement numérique (plusieurs dizaines de MFlops), mais la montée en puissance des microprocesseurs de traitement du signal éliminera bientôt cet inconvénient.

---

<sup>1</sup>Chapitre écrit en collaboration avec Y. Grenier

- Un étalonnage assez délicat car des erreurs de phase peuvent dégrader sensiblement les performances.

A côté de ce premier objectif de prise de son, l'antenne acoustique permet aussi d'en atteindre un second, la localisation des sources sonores. Lorsque les positions des sources sont inconnues, des techniques d'imageries développées à l'origine en sonar et en radar ainsi qu'en radio-astronomie, permettent de déterminer le nombre des sources et la position de chacune.

On conçoit qu'en combinant la localisation des sources et la formation de voie (c'est à dire l'ajustement du diagramme de directivité), on soit en mesure de capter le son provenant d'une source de position variable, en excluant d'autres sources, par exemple pour une prise de son de spectacle ou dans un tournage cinéma.

Les applications des antennes acoustiques sont nombreuses. Ce sont toutes les prises de son où apparaissent des brouilleurs, du bruit ambiant, de la réverbération, lorsque les microphones ne peuvent être placés près des sources, lorsque les sources se déplacent, etc... Les prototypes en cours d'étude visent essentiellement deux types de besoins: des prises de son devant rejeter des brouilleurs comme en audioconférence, et la commande vocale dans des ambiances bruitées : salle de calcul, usine, voiture.

On pourra consulter [VanVeen 88] pour une introduction aux différentes applications des antennes (pas nécessairement acoustiques).

## 8.2 Diagramme de directivité

Afin de déterminer le diagramme de directivité d'une antenne acoustique, il est nécessaire d'en préciser la structure. Tant qu'on se limite à des opérations linéaires sur les signaux, c'est-à-dire à des filtrages, la structure est imposée. Elle se compose de  $N$  capteurs,  $N$  filtres linéaires, un sommateur et éventuellement un filtre linéaire agissant sur la sortie du sommateur. On peut

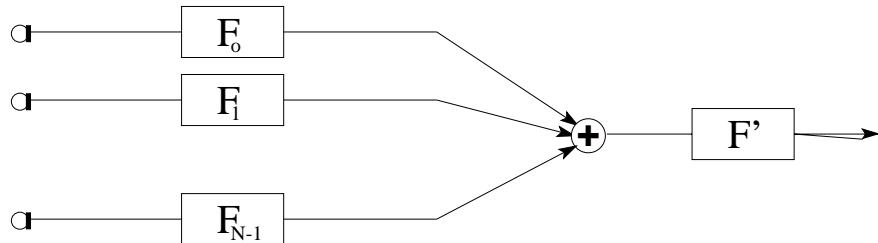


Figure 8.1: Schéma d'une antenne acoustique.

négliger le filtre commun  $F'$  en le supposant ramené dans chacun des filtres  $F_i$ , ce que nous ferons dans la suite.

Plusieurs cas seront à distinguer suivant la géométrie de l'antenne et l'éloignement des sources. On se placera d'abord en champ lointain, avec des sources suffisamment éloignées pour qu'on les considère à l'infini, le front d'onde reçu sur l'antenne étant plan. La situation la plus fréquente est celle où on se place en champ proche, avec des sources à distance faible et des fronts d'ondes sphériques. Un cas particulier est très fréquemment étudié, c'est celui d'une antenne linéaire en champ lointain, cas par lequel nous commencerons.

### 8.2.1 Antenne linéaire en champ lointain

La source est à un azimut  $\theta$  relativement à la normale à l'antenne. Le signal émis par la

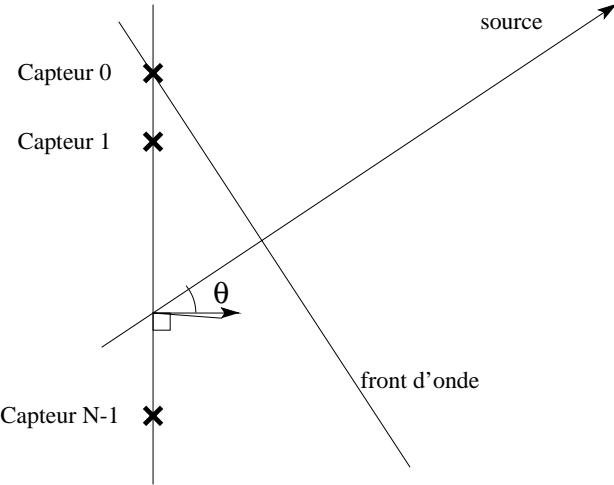


Figure 8.2: Antenne linéaire en champs lointain.

source et reçu à l'instant  $t$  par le capteur 0 est  $s(t)$ , le signal sur le capteur  $n$  est  $y_n(t)$ . Soit  $d_n$  la distance du capteur  $n$  au capteur 0 (on a  $d_0 = 0$ ). Le signal reçu au capteur  $n$  est

$$y_n(t) = y_0\left(t - \frac{d_x \sin \theta}{c}\right)$$

où  $c$  est la célérité des ondes. Supposons l'onde  $s(t)$  monochromatique de fréquence  $f$  et de longueur d'onde  $\lambda = c/f$

$$s(t) = \exp(j2\pi ft)$$

Le filtre  $F_n$  a pour gain complexe  $a_n(f_0)$ , où  $a_n$  à la fréquence  $f$ . Le signal en sortie,  $x(t)$  est alors

$$x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n y_n(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp\left(j2\pi f \left[t - \frac{d_n \sin \theta}{c}\right]\right) \quad \text{soit}$$

$$x(t) = \exp(2j\pi ft) \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp\left(j2\pi f \frac{d_n \sin \theta}{c}\right)$$

Si les capteurs sont équidistants ( $d_n = nd$ ), l'expression devient:

$$x(t) = s(t) \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp\left(j2\pi f n \frac{d \sin \theta}{c}\right)$$

L'antenne a donc une fonction de transfert qui à la fréquence  $f$  et pour l'angle  $\theta$  vaut

$$G(f, \theta) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp\left(j2\pi f n \frac{d \sin \theta}{c}\right)$$

(8.1)

Cette écriture est celle d'une transformée de Fourier discrète où la fréquence serait

$$\nu = \frac{fd \sin \theta}{c} = \frac{d \sin \theta}{\lambda}$$

Le diagramme de directivité à une fréquence donnée s'obtient donc par transformée de Fourier de la suite des gains  $a_0(f), \dots, a_{N-1}(f)$  des filtres, à la fréquence  $\nu$ .

**Conséquence 1:** Si  $d/\lambda > 1/2$  ou encore  $d > \lambda/2$ , il existe un repliement des fréquences angulaires  $\nu$ . En effet,  $\nu$  est compris entre  $-d/\lambda$  et  $d/\lambda$  et peut devenir supérieur à  $1/2$  et se replier (car la fonction  $G(f, \theta)$  est périodique en  $\nu$  de période 1). C'est le cas illustré sur la Fig. 8.3: le repliement spatial se manifeste par une directivité qui est maximale en plusieurs directions différentes. Pour que l'échantillonnage spatial soit correct, il est donc nécessaire que  $d < \lambda/2$ .

**Conséquence 2:** Si  $d/\lambda < 1/2$  ou encore  $d < \lambda/2$ , la transformée de Fourier discrète des coefficients  $a_n(f)$  n'est pas entièrement parcourue lorsque  $\theta$  croît de 0 à  $2\pi$ . En effet dans ce cas,  $\nu$  croît de 0 à  $d/\lambda < 1/2$ . C'est le cas illustré par la Fig. 8.3 à droite.

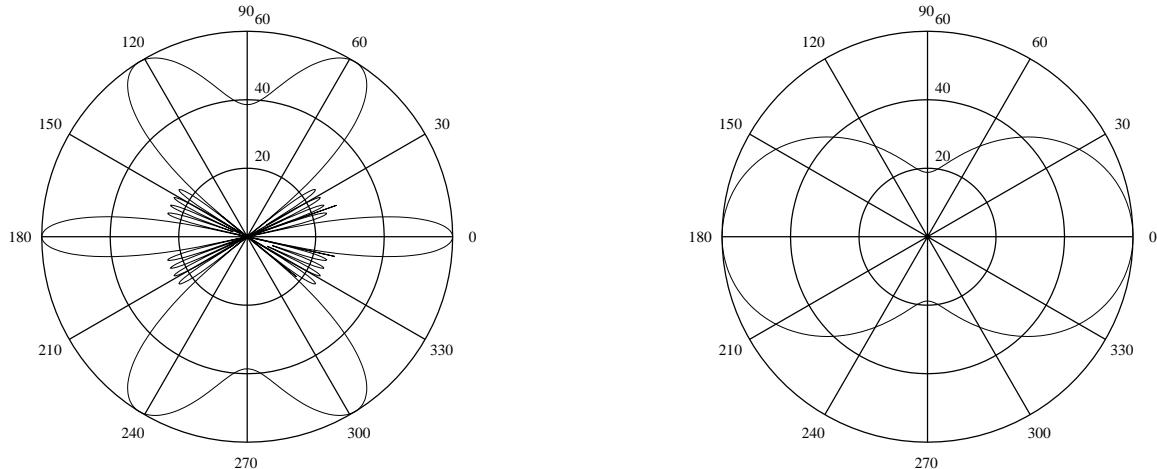


Figure 8.3: A gauche: Diagramme de directivité d'une antenne acoustique dont les microphones sont trop espacés. On a ici  $d = 40\text{cm}$ ,  $N = 10$  et  $f = 1000\text{Hz}$ . A droite: Diagramme de directivité d'une antenne acoustique dont les microphones ne sont pas assez espacés. On a ici  $d = 8\text{cm}$ ,  $N = 10$  et  $f = 1000\text{Hz}$ .

L'antenne est alors utilisée de façon sous-optimale, si la directivité est le but recherché, car la largeur du lobe principal pourrait être réduite sans danger de repliement spatial.

**Conséquence 3:** Il faut donc, pour utiliser l'antenne de façon optimale et sans repliement spatial, que  $d/\lambda = 1/2$  c'est à dire  $d = \lambda/2$ : la distance entre microphone doit être d'une demi longueur d'onde. La Fig. 8.4 présente le diagramme de directivité d'une antenne acoustique en fonctionnement optimal.

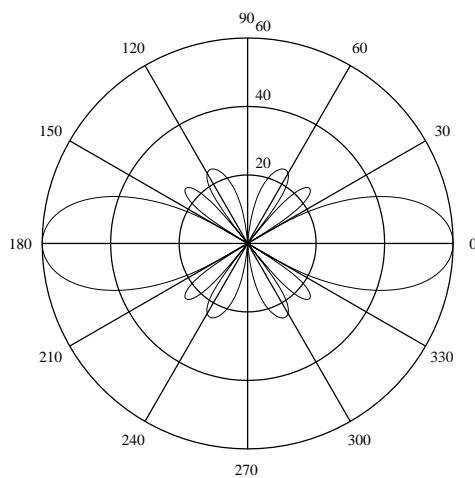


Figure 8.4: Diagramme de directivité d'une antenne acoustique optimale. On a ici  $d = 17\text{cm}$ ,  $N = 10$  et  $f = 1000\text{Hz}$ .

### 8.3 Bibliographie du chapitre 8

[VanVeen 88] B.D. VanVeen and K.M. Buckley. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4–24, apr 1988.

# Index

- AC-3, 141
- AES/EBU, 17
- Ambisonics, 140
- AMDF, 50
- amortissement, 116
- amplificateur, 18
  - à gain variable, 73
- amplitude
  - crête à crête, 74
  - RMS, 74
    - valeur efficace, 74
- analyse structurelle, 61
- antenne acoustique, 159–162
- appariement, 108, 112
- arrondi, 42
- audioconférence, 136
- auralisation, 136
- autocorrélation, 51, 59, 88, 130, 138
- Average Magnitude Difference Function, 50
- banc de filtres, 89, 101
- battement, 91
- Bessel
  - fonction de, 115
- biais, 61
- BIBO stabilité, 21, 38
- bruit, 111
  - de bande, 78
  - de calcul, 32, 42
  - de fond, 123
  - de quantification, 10
  - de traitement, 88
  - gaussien, 57, 131
  - impulsionnel, 128
  - musical, 128
  - réduction de, 78
  - uniforme, 113
- canal acoustique, 135
- causalité, 24, 56
- cellule du second ordre, 25, 28, 40, 82
- cepstre, 55, 57, 66
- changement de fréquence fondamentale, 103, 110
- mémoire circulaire, 86
- pitch synchrone, 84
- chorusing, 91
- Chowning, 115
- clarinette, 115
- clippage, 52
- cloche, 115
- codage, 18, 106, 110
- coefficient de réflexion, 29, 37, 41
- commas, 91
- compression, 51
  - de dynamique, 73, 76
  - du spectre, 53
    - taux de, 76
- conditionnement
  - d'une matrice, 68
  - des pôles, 40
- conduit vocal, 37, 61, 84, 85
- conversion
  - analogique/numérique, 5
  - de fréquence d'échantillonnage, 15
  - linéaire/logarithmique, 77
  - one-bit sigma delta, 12
    - sigma-delta, 11
- convolution, 56, 64, 80, 84, 101, 136
- craquement, 128
- cross-fade, 88, 109
- cubic spline, 90
- DAT, 86
- DBX, 78
- Delta Stéréophonie, 141
- densité de probabilité, 57
- détection de pics, 53, 107, 111
- discontinuité, 63, 81, 108
- disques, 128
- distorsion, 73, 76, 128

- effet de, 93
- dithering, 6
- Dolby
  - réduction de bruit, 78
  - Stereo, 141
  - Surround, 141
- dynamique, 46, 73
- débruitage, 103
- échantillonnage
  - fréquentiel, 64, 108
  - synthèse par, 118
  - temporel, 11
- échelle logarithmique, 55, 76
- échos précoce, 153
- écrêtage, 46, 78
- égalisation, 24
- enregistrement magnétique, 78
- enveloppe
  - spectrale, 49, 64–69, 110
  - temporelle, 23, 115, 119
- estimateur
  - à deux seuils et mémoire, 61
  - à seuil non nul, 60
  - des passages par zéro, 60
  - du maximum de vraisemblance, 59
- estimation spectrale, 124
- expansion de dynamique, 73
- facteur d'échelle, 46
- facteur de crête, 74
- facteur de qualité, 55
- feedback, 116
- fenêtre de pondération, 99
- fenêtre de pondération, 57
- FFT, 55, 66, 67, 90, 99, 102, 107, 111, 136
- filtrage, 21
  - adapté, 130, 131
  - anti-repliement, 6
  - inverse, 62, 129
  - médian, 63
  - passe-bas, 64
  - variant dans le temps, 35, 103, 104
- filtre
  - à phase linéaire, 15, 21, 23
  - à phase minimale, 24, 36, 57
  - adapté, 130
  - AR, 131
  - binaural, 143
- déphasage pur, 24
- en peigne, 14, 50, 147
- en treillis, 29, 37, 143
- normalisé, 32
- passe-bande, 101
- passe-bas, 6, 15, 101, 104, 116, 150
- passe-tout, 22, 23, 31, 33, 81, 91, 93, 116, 147
- RIF, 14, 15, 22, 29, 50, 142
- RII, 22, 66
- tangent, 39
- tout-pôles, 31, 37, 65
- transaural, 143
- flanger, 79, 80, 92
- fonction de transfert
  - AR, 65, 129
  - du conduit auditif, 62
  - non linéaire, 51, 94
- fonctionnel, *see* fréquence fondamentale
- formants, 49, 51, 62, 83, 85, 90, 110
- fraction rationnelle, 15
- fréquence d'échantillonnage, 5, 83, 88, 92
- fréquence de Schroeder, 137
- fréquence fondamentale, 49–64, 66, 83, 85, 116
- fréquence instantanée, 89, 102, 109, 113
- gain non-cohérent, 33, 43, 46
- gamme tempérée, 90
- Golay, code de, 139
- guitare, 78, 115
- Hadamard, transformée de, 139
- Hamming, 101, 107
- Hanning, 101, 103
- harmonie, 90
- harmoniques, 49, 53, 60, 64, 80, 94, 114, 115
- harmoniseur, 90, 91
- histogramme, 53
- HRTF, 142
- impulsions de Dirac, 49, 66, 84, 129
- intégrateur, 11
- intercorrélation, 130
- interpolation, 15, 26, 87, 90, 109
  - cubique, 109
  - de filtre, 32
  - linéaire, 16, 80, 109
  - par modèle AR, 133
  - parabolique, 111

Karplus-Strong, 115

Levinson, 133

limitation de dynamique, 73

lissage, 63

lobes secondaires, 107, 108

logarithme complexe, 55

magnétoscope, 5, 86

matrice

- toeplitz, 133
- unitaire, 93, 151

McAulay/Quatieri, 106

médiane, 63

mémoire circulaire, 87, 88

MLS, *see* séquence de longueur maximale

modèles de Markov, 64

modélisation AR, 65, 90, 128

modélisation ARMA, 145

modification de la durée du son, 103, 111

modulation

- niveau maximal, 78

modulation de fréquence

- synthèse par, 115
- transmission par, 18, 73

normalisation d'un filtre, 32

notch, 82

octave, erreur, 51

ondelette, transformée, 55

ordre d'un modèle AR, 65

oscillateur, 89

ouverture, 6

overlap/add, 84, 89, 90, 99, 109, 113

overlap/save, 136

oversampling, *see* suréchantillonnage

parabole, 108

Parseval, 131

périodogramme, 125

phase instantanée, 89, 109, 113

phase unwrapping, *see* déroulement de phase

phasing, 81, 82

Philips, 17

piano, 114, 115, 118

pitch, *see* fréquence fondamentale

pitch shifting, *see* changement de fréquence fondamentale

platine DAT, 17

polynôme

- de Chebyshev, 94
- réciproque, 24, 30

porteuse, 23, 115

post-traitement, 63

prédiction linéaire, 65

produit spectral, 53

Prony, 114

prosodie, 83

quantification des coefficients d'un filtre, 32, 39, 40

quantification uniforme, 5

radiodiffusion, 78

raies spectrales, 49

rapport signal/bruit, 5, 12

réalité virtuelle, 136, 145

réduction de bruit, 78

réponse impulsionnelle, 21, 28, 50, 66, 101, 135

représentation temps-fréquence, 100

résolution

- en fréquence, 55, 107

restauration, 123–133

retard

- de groupe, 23, 24
- de phase, 23, 117
- non-entier, 80
- variable au cours du temps, 80, 91

réverbération, 135

saturation, 78

Schur-Cohn, critère, 32

séquence de longueur maximale, 138

Sigma-Delta, 11

signal

- à bande étroite, 23
- à phase maximale, 56
- à phase minimale, 56
- pseudo aléatoire, 138
- périodique, 49
- stationnaire, 52, 124, 129
- transitoire, 21, 78

sinus cardinal, 80

sinusoides, 106

somme spectrale, 53

Sony, 17

soustraction en puissance, 124

souséchantillonnage, 101

- SPDIF, 17
- spectrogramme, 99
- splicing method, 88
- stabilité, 21, 24, 26, 32, 37, 151
- stéréophonie, 140, 143
- structure
  - cascade, 44, 46
  - couplée, 25, 41
  - directe, 25, 30, 40–42
  - en treillis, 30, 41
  - parallèle, 28, 41
  - série, 41
- suréchantillonnage, 9, 11, 88, 104
- Surround, 140
- surtension, 27
- sustain, 78
- synchronisation son-image, 83
- synthèse
  - à partir du texte, 83
  - additive, 108, 112, 114
  - de sinusoïde, 28
  - par formules de sommation, 115
  - par modulation de fréquence, 115
  - par résonateur, 115
  - par échantillonnage, 118
  - source-filtre, 117
- synthétiseurs, 114
- tambour, 115
- TD-PSOLA, 84, 88
- temps
  - de montée, 75
  - de mélange, 137
  - de relaxation, 75
- temps de réverbération, 137
- temps-réel, 77, 80, 85, 88, 90, 115
- timbre, 49
- time scaling, *see* modification de la durée du son
- ton, 91
- transformation non-linéaire, 51
- transformée de Fourier, 53, 107, 112, 114
  - à court terme, 88, 99–106, 124
- transmission numérique, 17
- transposition, 83, 90
- troncature, 42
- UHJ, *see* Ambisonics
- variable aléatoire, 7
- variance, 57
  - du périodogramme, 128
- virgule fixe et flottante, 39
- vocodeur de phase, 88
- Yamaha, 115
- zéro-padding, 107